

La planche de Galton

Mouvement et Hasard

28 novembre 2011

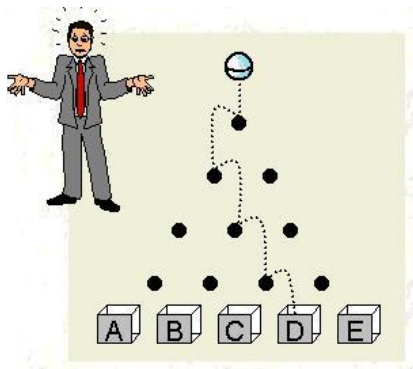
Sir Francis Galton



- ▶ Né à Sparkbrook, près de Birmingham.
- ▶ 1822-1911.
- ▶ Explorateur, anthropologue, géographe, inventeur, météorologue, généticien et statisticien britannique.
- ▶ Cousin Charles Darwin (auteur de la théorie de l'évolution).
- ▶ Inventeur du sac de couchage.

La planche de Galton

- ▶ En haut, une réserve de bille,
- ▶ au centre, des rangées de clou disposés en quinconce,
- ▶ en bas, des bacs pour recevoir les billes.



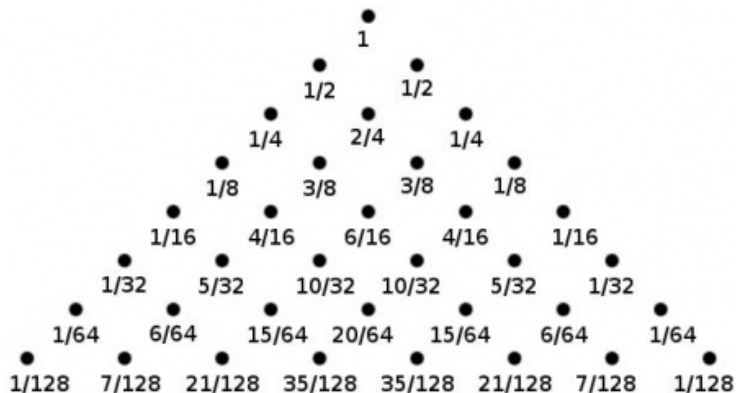
- ▶ Dans quel bac y'aura-t-il le plus de billes ? Le moins de billes ?
- ▶ Combien y'a-t-il de trajectoires possibles ?
- ▶ Pour chaque bac, calculer le nombre de trajectoires possibles pour arriver dans ce bac.
- ▶ Pour chaque bac, en déduire la probabilité qu'une bille arrive dans ce bac.

Le triangle de Pascal

				1					
			1	2	1				
		1	3	3	1				
	1	4	6	4	1				
1	1	5	10	10	5	1			
1	6	15	20	15	6	1			
1	7	21	35	35	21	7	1		

⇒ Coefficients binomiaux

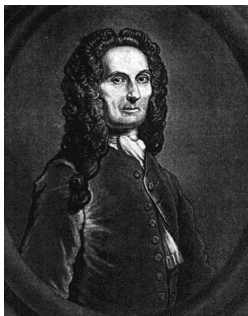
Calcul des probabilités



- ▶ Dans quel bac y'aura-t-il le plus de billes ? Le moins de billes ?
- ▶ Combien y'a-t-il de trajectoires possibles ? 2^n
- ▶ Pour chaque bac, calculer le nombre de trajectoires possibles pour arriver dans ce bac. $\binom{n}{k}$: coefficients binomiaux
- ▶ Pour chaque bac, en déduire la probabilité qu'une bille arrive dans ce bac. $\frac{\binom{n}{k}}{2^n}$

Théorème de Moivre-Laplace

Abraham de Moivre (1667-1754)



Pierre-Simon de Laplace (1749-1827)



⇒ Cas particulier du théorème central limite.

Théorème de Moivre-Laplace

Si la variable X_n suit une loi binomiale de paramètres n et p , alors pour n suffisant grand,

$$X_n \sim \mathcal{N}(np, np(1 - p)).$$

Carl Friedrich Gauss



- ▶ Né à Brunswick.
- ▶ 1777-1855.
- ▶ Mathématicien, astronome et physicien allemand.
- ▶ Surnommé “Le prince des mathématiciens”.
- ▶ Considéré comme l’un des plus grands mathématiciens de tous les temps.