

Les mathématiques et la recherche

À quoi servent les maths?

Céline Caldini-Queiros

Laboratoire de Mathématiques de Besançon

11 mars 2013



- 1 À bas les idées reçues
- 2 À quoi servent les maths ?
- 3 Les études en maths
- 4 Quels métiers dans les maths ?
- 5 Des avancées récompensées
- 6 Le métier de chercheur
- 7 Le laboratoire de Besançon
- 8 En quoi consiste la recherche ?
- 9 Comment résoudre un problème ?



- Les maths, ça sert à quelque chose !

- **Les maths, ça sert à quelque chose !**
 - Lien avec les autres sciences.

- **Les maths, ça sert à quelque chose !**
 - Lien avec les autres sciences.
 - Les maths sont cachées partout.

- Les maths, ça sert à quelque chose !
 - Lien avec les autres sciences.
 - Les maths sont cachées partout.
- Ce n'est pas une science morte !

- **Les maths, ça sert à quelque chose !**
 - Lien avec les autres sciences.
 - Les maths sont cachées partout.
- **Ce n'est pas une science morte !**
 - Plus de la moitié des théorèmes datent d'après 1945.

- **Les maths, ça sert à quelque chose !**
 - Lien avec les autres sciences.
 - Les maths sont cachées partout.
- **Ce n'est pas une science morte !**
 - Plus de la moitié des théorèmes datent d'après 1945.
 - Plus de 60 thématiques.

- **Les maths, ça sert à quelque chose !**
 - Lien avec les autres sciences.
 - Les maths sont cachées partout.
- **Ce n'est pas une science morte !**
 - Plus de la moitié des théorèmes datent d'après 1945.
 - Plus de 60 thématiques.
 - Une expansion constante.

- **Les maths, ça sert à quelque chose !**
 - Lien avec les autres sciences.
 - Les maths sont cachées partout.
- **Ce n'est pas une science morte !**
 - Plus de la moitié des théorèmes datent d'après 1945.
 - Plus de 60 thématiques.
 - Une expansion constante.
 - Encore de nombreuses questions...

- Fournir aux autres sciences un langage efficace et des outils

- Fournir aux autres sciences un langage efficace et des outils
- Développer des technologies qui transforment le quotidien



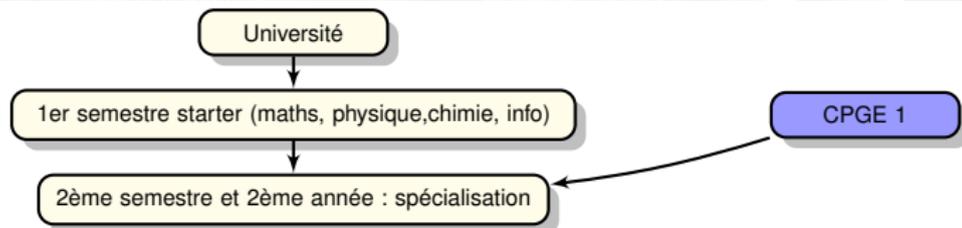
Image : wikipédia

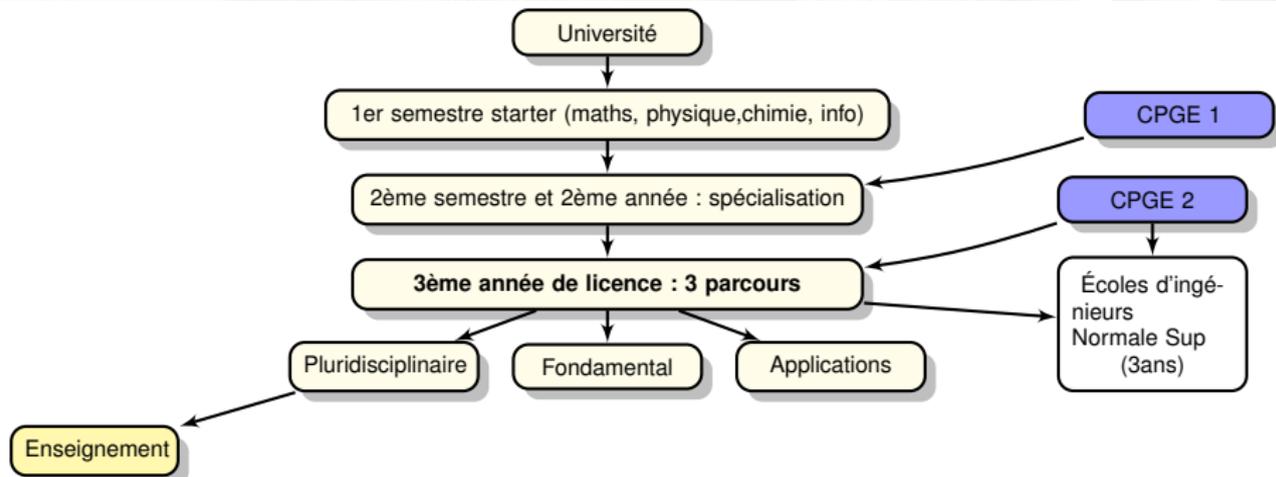
- Fournir aux autres sciences un langage efficace et des outils
- Développer des technologies qui transforment le quotidien
- Défier les grandes problématiques d'aujourd'hui et de demain

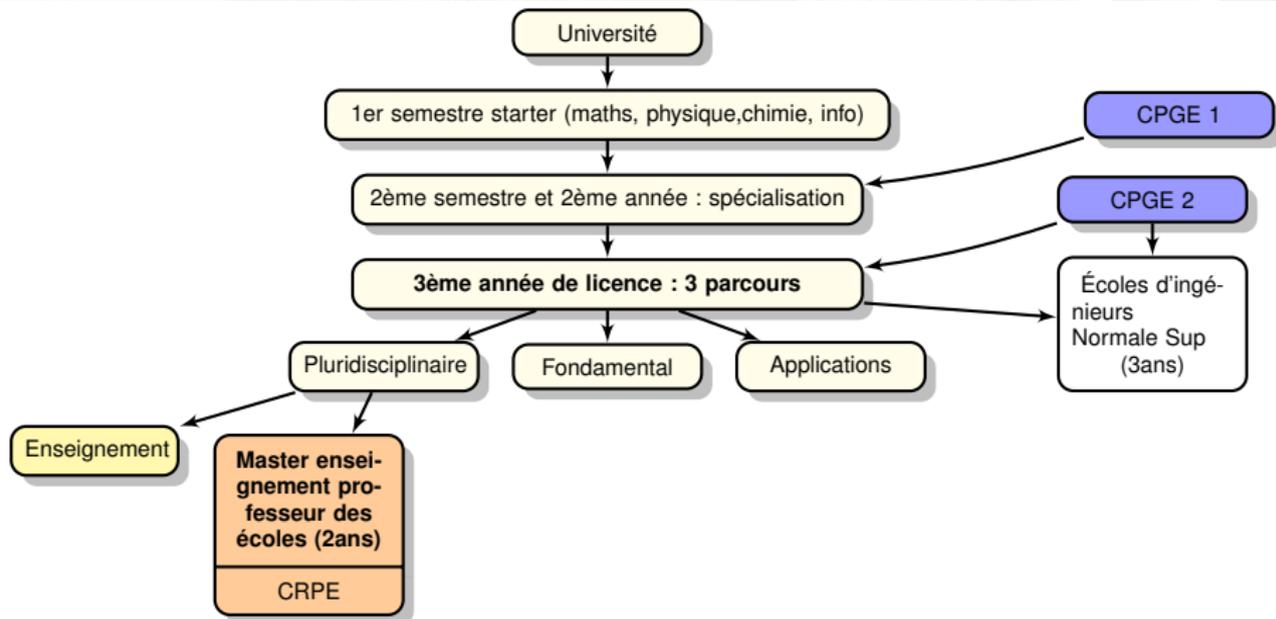


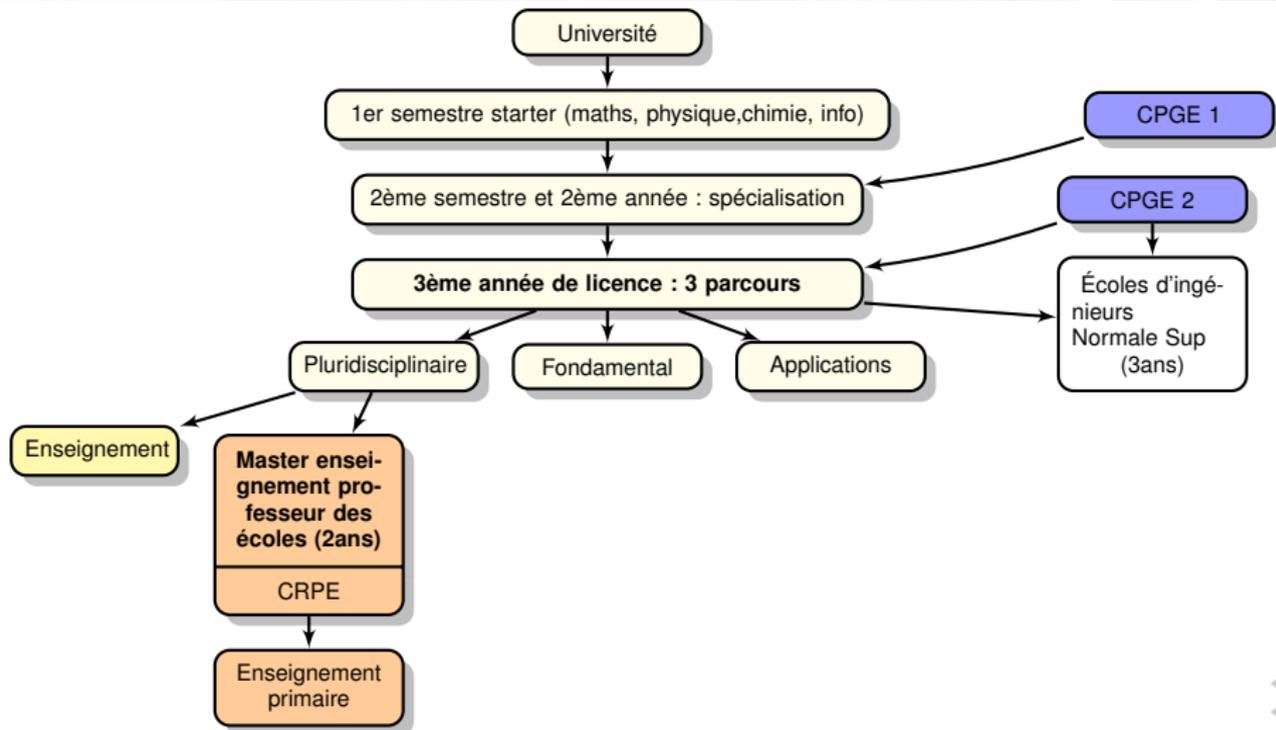
Image : wikipédia

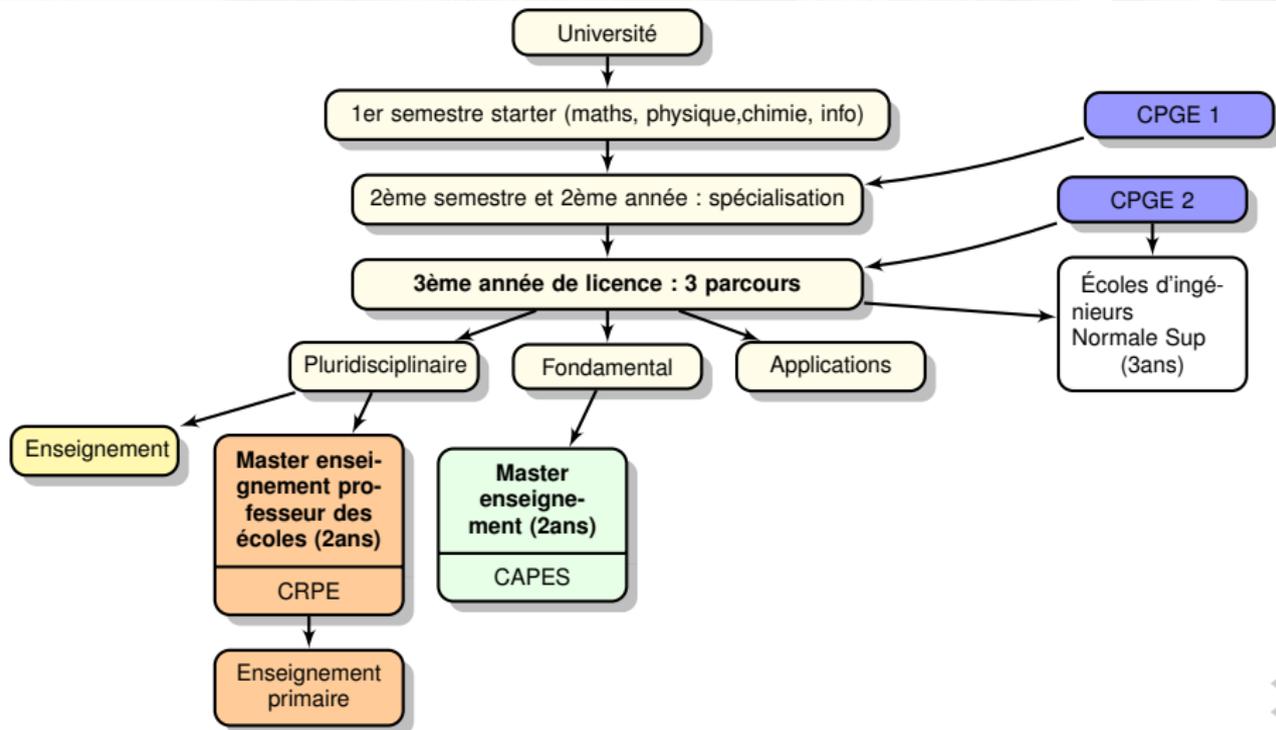
- Fournir aux autres sciences un langage efficace et des outils
- Développer des technologies qui transforment le quotidien
- Défier les grandes problématiques d'aujourd'hui et de demain
- Développer la rigueur, le raisonnement, l'intuition.

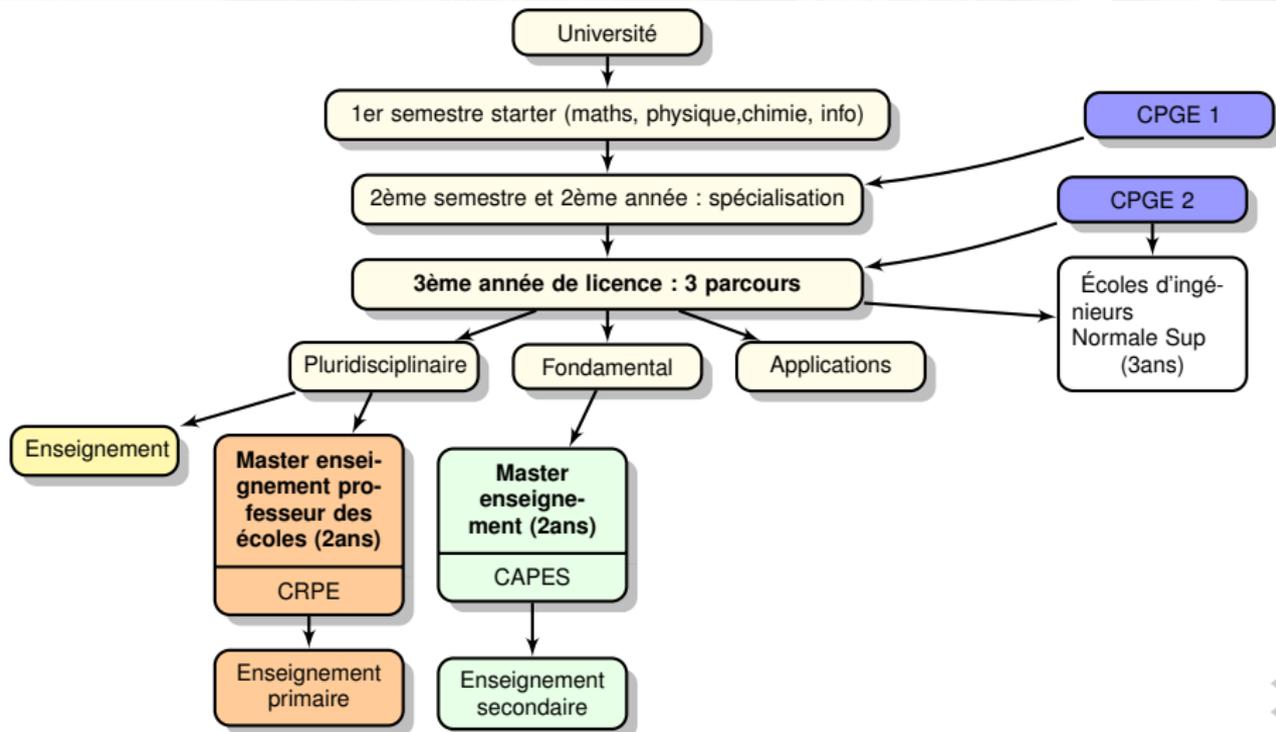


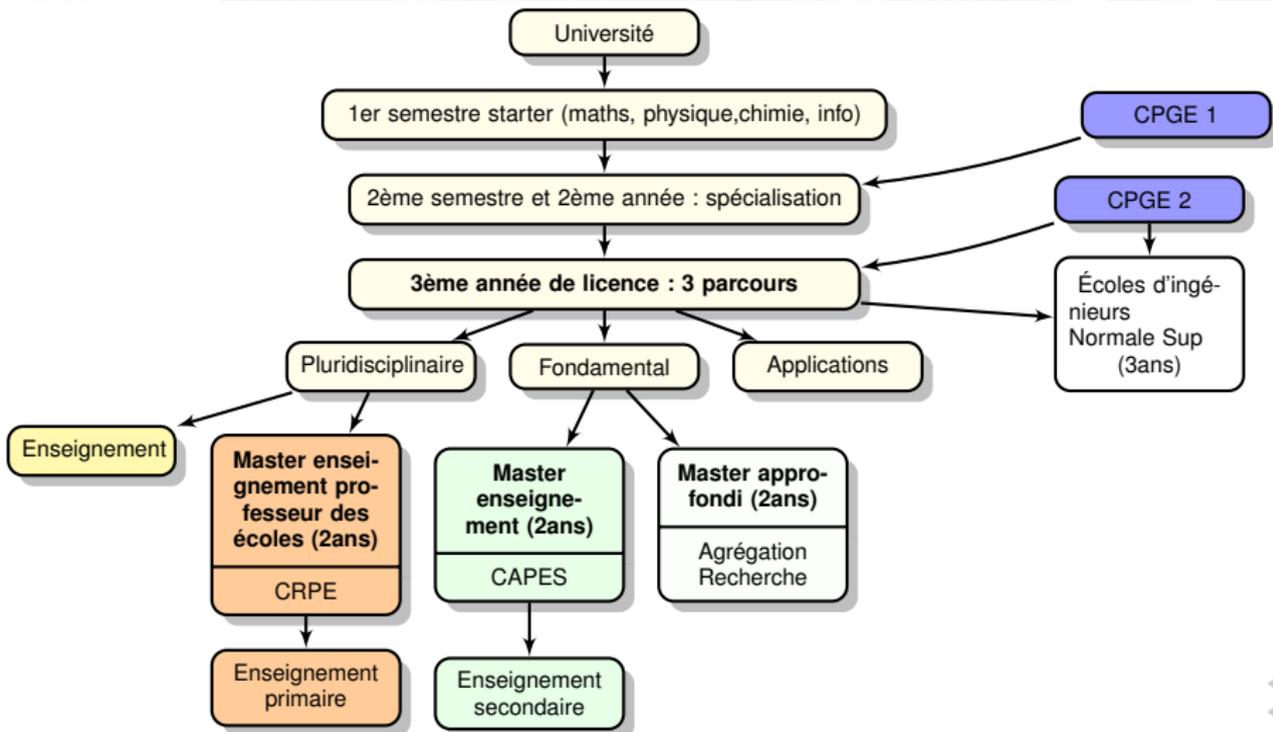


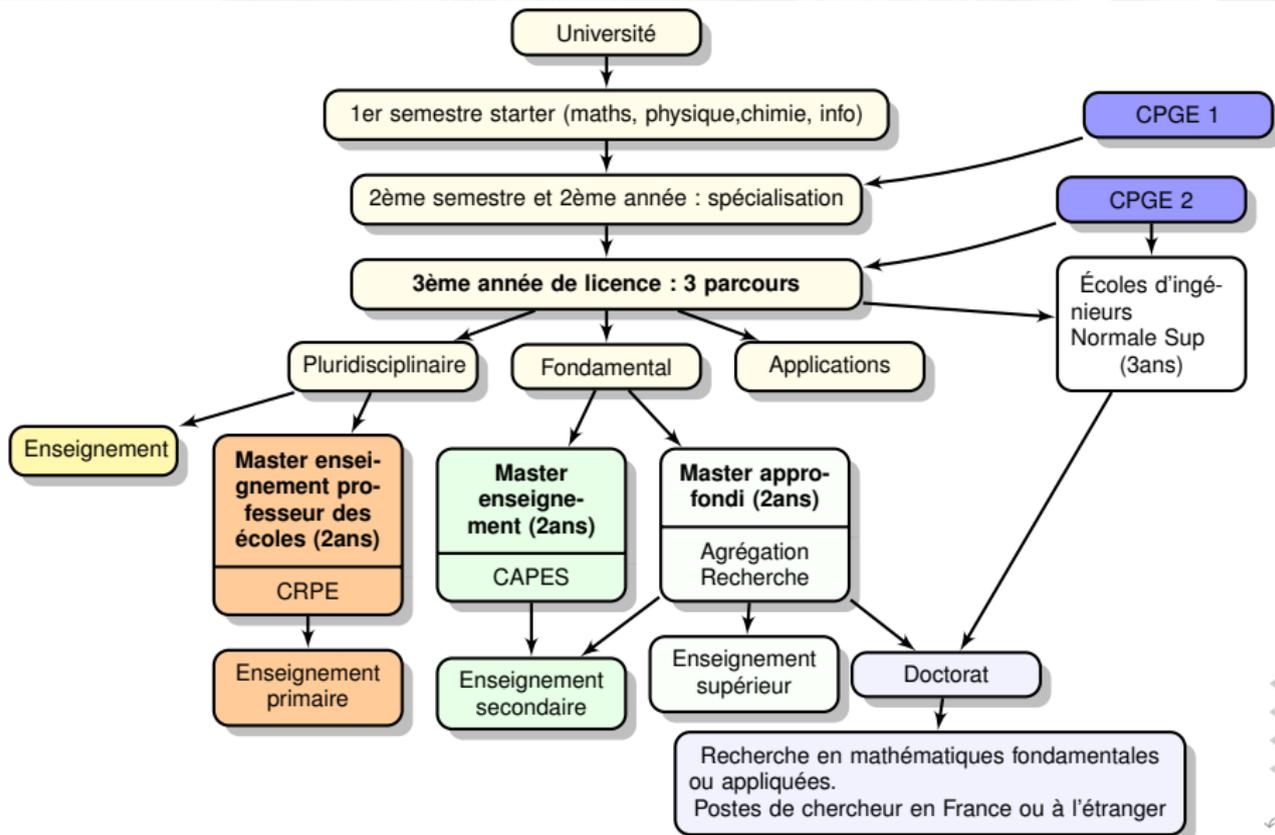


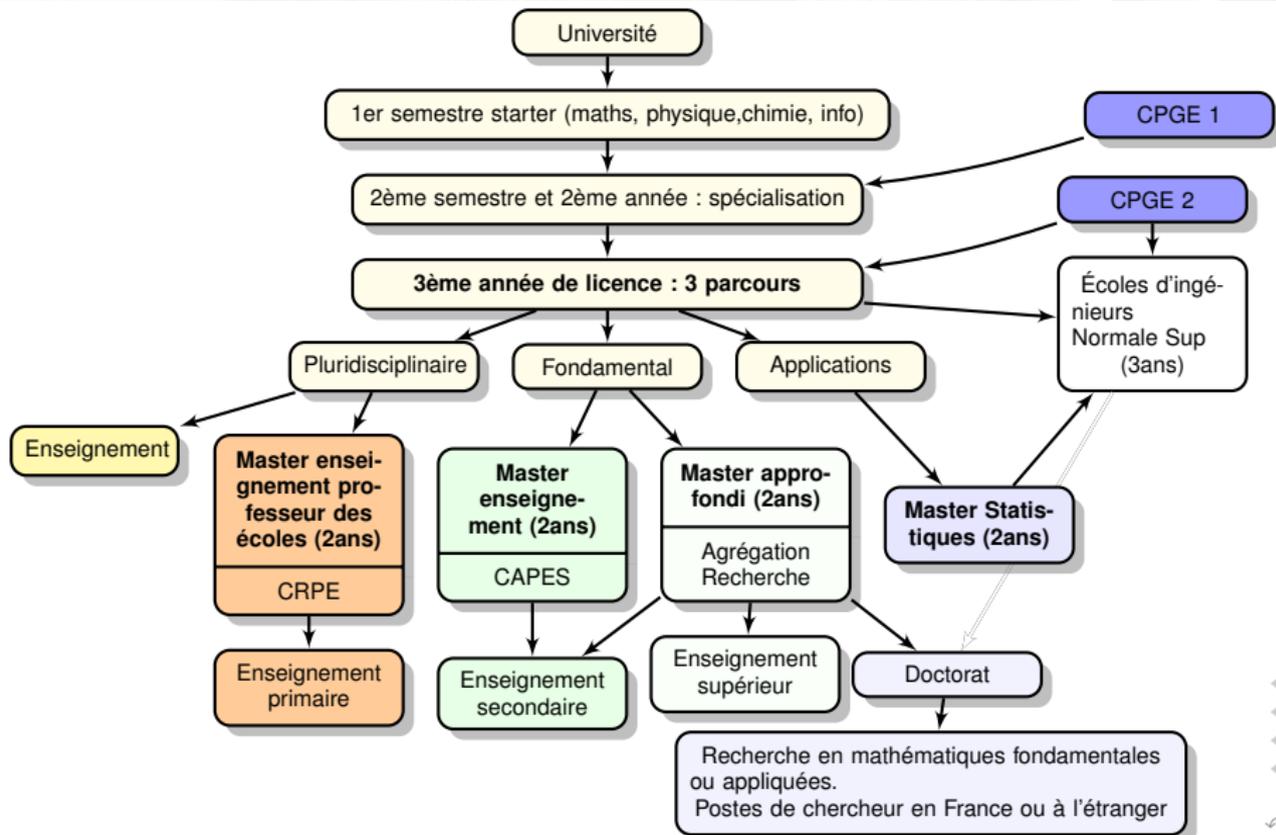


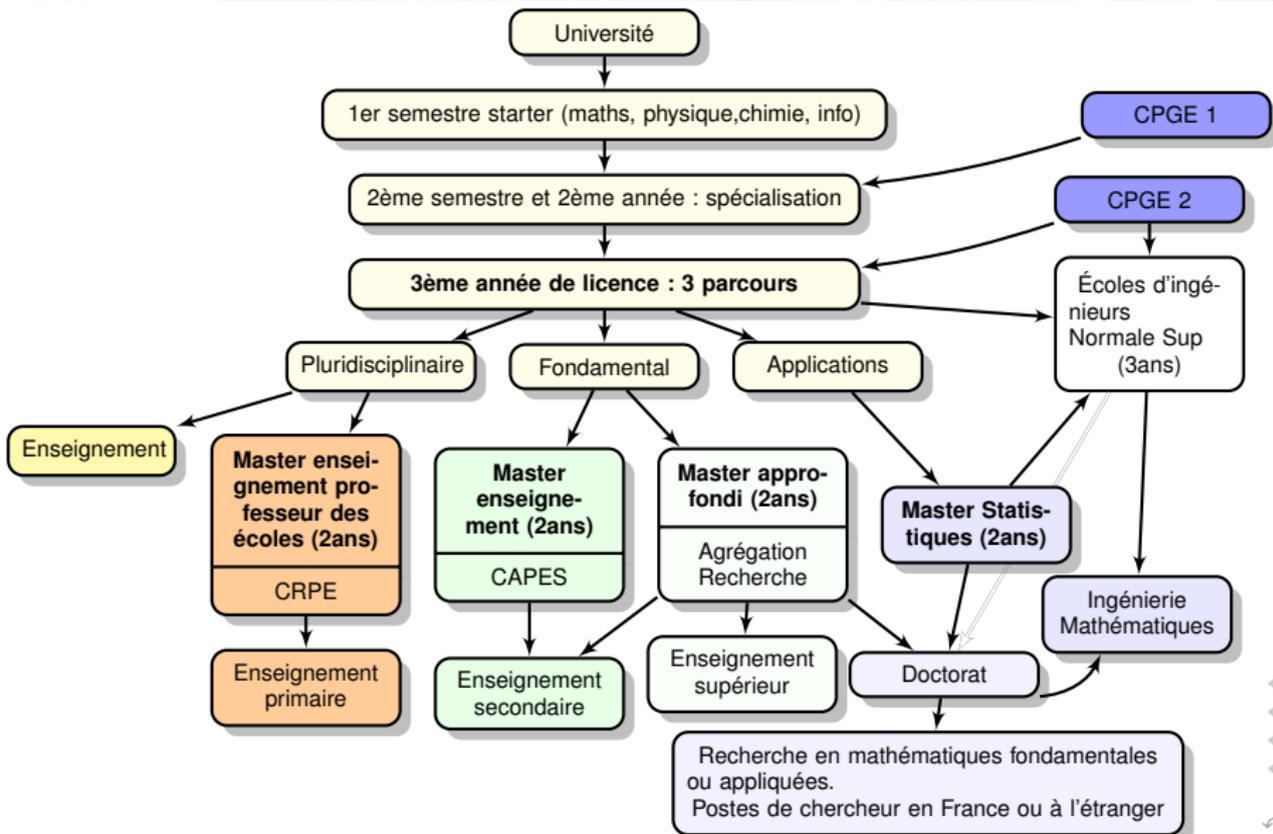












- **Fonction publique** : enseignement, recherche.

- **Fonction publique** : enseignement, recherche.
- **Banque, finance, assurance** : maîtriser l'aléatoire pour minimiser les pertes financières.

- **Fonction publique** : enseignement, recherche.
- **Banque, finance, assurance** : maîtriser l'aléatoire pour minimiser les pertes financières.
- **Météorologie** : modéliser les phénomènes atmosphériques.

- **Fonction publique** : enseignement, recherche.
- **Banque, finance, assurance** : maîtriser l'aléatoire pour minimiser les pertes financières.
- **Météorologie** : modéliser les phénomènes atmosphériques.
- **Astronomie** : trajectoire de sondes, positions des astres.

- **Fonction publique** : enseignement, recherche.
- **Banque, finance, assurance** : maîtriser l'aléatoire pour minimiser les pertes financières.
- **Météorologie** : modéliser les phénomènes atmosphériques.
- **Astronomie** : trajectoire de sondes, positions des astres.
- **Protection des données** : cartes bleues, internet.

- **Fonction publique** : enseignement, recherche.
- **Banque, finance, assurance** : maîtriser l'aléatoire pour minimiser les pertes financières.
- **Météorologie** : modéliser les phénomènes atmosphériques.
- **Astronomie** : trajectoire de sondes, positions des astres.
- **Protection des données** : cartes bleues, internet.
- **Sport** : optimisation des performances.

- **Fonction publique** : enseignement, recherche.
- **Banque, finance, assurance** : maîtriser l'aléatoire pour minimiser les pertes financières.
- **Météorologie** : modéliser les phénomènes atmosphériques.
- **Astronomie** : trajectoire de sondes, positions des astres.
- **Protection des données** : cartes bleues, internet.
- **Sport** : optimisation des performances.
- **Médecine** : traitement de l'information, imagerie.

- Pas de prix Nobel en mathématiques !

Image : wikipédia

- Pas de prix Nobel en mathématiques !
- La médaille Fields



Image : wikipédia

- Pas de prix Nobel en mathématiques !
- La médaille Fields
- Le prix Abel, le prix Carl-Friedrich-Gauss, les prix jeune-chercheurs,...



Image : wikipédia

- Les 23 problèmes de Hilbert (1900).

- Les 23 problèmes de Hilbert (1900). Il en reste encore 10 !

- Les 23 problèmes de Hilbert (1900). **Il en reste encore 10 !**
- Les 7 problèmes du millénaire à 1 000 000 en l'an 2000 dont :



- Les 23 problèmes de Hilbert (1900). Il en reste encore 10 !
- Les 7 problèmes du millénaire à 1 000 000 en l'an 2000 dont :
 - la conjecture de Poincaré (1904)



- Les 23 problèmes de Hilbert (1900). Il en reste encore 10 !
- Les 7 problèmes du millénaire à 1 000 000 en l'an 2000 dont :
 - la conjecture de Poincaré (1904)

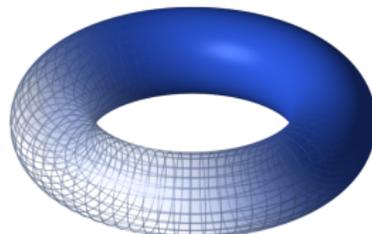
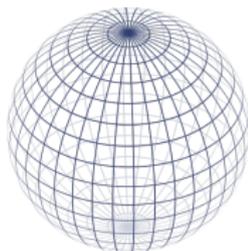
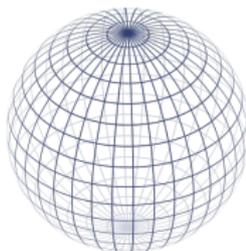


Image : wikipédia

- Les 23 problèmes de Hilbert (1900). Il en reste encore 10 !
- Les 7 problèmes du millénaire à 1 000 000 en l'an 2000 dont :
 - la conjecture de Poincaré (1904)



- Les 23 problèmes de Hilbert (1900). Il en reste encore 10 !
- Les 7 problèmes du millénaire à 1 000 000 en l'an 2000 dont :
 - la conjecture de Poincaré (1904)

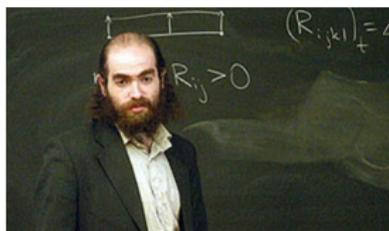


Image : wikipédia



- Les 23 problèmes de Hilbert (1900). **Il en reste encore 10 !**
- Les 7 problèmes du millénaire à 1 000 000 en l'an 2000 dont :

- la conjecture de Poincaré (1904)



- l'hypothèse de Riemann sur les nombres premiers (1859).



On ne fait pas de recherche qu'à l'université.

On ne fait pas de recherche qu'à l'université.

- Organismes publics : CNRS, INRIA, INSERM, INSEE...

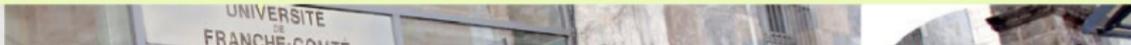
On ne fait pas de recherche qu'à l'université.

- Organismes publics : CNRS, INRIA, INSERM, INSEE...
- Organismes privés : EDF, AT&T, Siemens,...

On ne fait pas de recherche qu'à l'université.

- Organismes publics : CNRS, INRIA, INSERM, INSEE...
- Organismes privés : EDF, AT&T, Siemens,...
- 3500 chercheurs en France.

C'est un petit laboratoire.



C'est un petit laboratoire. 5 équipes de recherche.

C'est un petit laboratoire. 5 équipes de recherche.

- Algèbre, théorie des nombres.

C'est un petit laboratoire. 5 équipes de recherche.

- Algèbre, théorie des nombres.
- Analyse fonctionnelle.

C'est un **petit laboratoire**. 5 équipes de recherche.

- Algèbre, théorie des nombres.
- Analyse fonctionnelle.
- Probabilité, Statistiques.

C'est un **petit laboratoire**. 5 équipes de recherche.

- Algèbre, théorie des nombres.
- Analyse fonctionnelle.
- Probabilité, Statistiques.
- Équations aux dérivées partielles.

C'est un **petit laboratoire**. 5 équipes de recherche.

- Algèbre, théorie des nombres.
- Analyse fonctionnelle.
- Probabilité, Statistiques.
- Équations aux dérivées partielles.
- Analyse numérique et calcul scientifique.

- Algèbre, théorie des nombres : **cryptographie...**

- Algèbre, théorie des nombres : **cryptographie**...
- Analyse fonctionnelle : **mécanique quantique**...

- Algèbre, théorie des nombres : **cryptographie...**
- Analyse fonctionnelle : **mécanique quantique...**
- Probabilité, Statistiques : **Mathématiques financières, médecine...**

- Algèbre, théorie des nombres : **cryptographie...**
- Analyse fonctionnelle : **mécanique quantique...**
- Probabilité, Statistiques : **Mathématiques financières, médecine...**
- Équations aux dérivées partielles : **Biomathématiques, médecine...**

- Algèbre, théorie des nombres : **cryptographie...**
- Analyse fonctionnelle : **mécanique quantique...**
- Probabilité, Statistiques : **Mathématiques financières, médecine...**
- Équations aux dérivées partielles : **Biomathématiques, médecine...**
- Analyse numérique et calcul scientifique : **Modélisations de phénomènes physiques vastes : mouvements marins, mathématiques médicales,...**

- **Modélisation** de phénomènes physiques.

- **Modélisation** de phénomènes physiques.
- **Construction** abstraite d'objets.

- **Modélisation** de phénomènes physiques.
- **Construction** abstraite d'objets.
- **Questionnement**
 - propriétés ?
 - symétries ?
 - généralisations ?

- **Modélisation** de phénomènes physiques.
- **Construction** abstraite d'objets.
- **Questionnement**
 - propriétés ?
 - symétries ?
 - généralisations ?
- **Essais de résolutions**

- **Modélisation** de phénomènes physiques.
- **Construction** abstraite d'objets.
- **Questionnement**
 - propriétés ?
 - symétries ?
 - généralisations ?
- **Essais de résolutions**
- **Recherche de liens avec d'autres objets**

- **Modélisation** de phénomènes physiques.
- **Construction** abstraite d'objets.
- **Questionnement**
 - propriétés ?
 - symétries ?
 - généralisations ?
- **Essais de résolutions**
- **Recherche de liens avec d'autres objets**
- **Communication** : écrire des articles, parler à des conférences,...
- **Renouvellement des idées** : en parlant avec d'autre chercheurs,...

- Se renseigner sur ce qui a déjà été fait (lire des articles).

- Se renseigner sur ce qui a déjà été fait (lire des articles).
- Essayer de simplifier le problème.

- Se renseigner sur ce qui a déjà été fait (lire des articles).
- Essayer de simplifier le problème.
- Regarder des cas simples (expériences).

- Se renseigner sur ce qui a déjà été fait (lire des articles).
- Essayer de simplifier le problème.
- Regarder des cas simples (expériences).
- Programmer si besoin.

- Se renseigner sur ce qui a déjà été fait (lire des articles).
- Essayer de simplifier le problème.
- Regarder des cas simples (expériences).
- Programmer si besoin.
- Discuter avec d'autres personnes.

- Se renseigner sur ce qui a déjà été fait (lire des articles).
- Essayer de simplifier le problème.
- Regarder des cas simples (expériences).
- Programmer si besoin.
- Discuter avec d'autres personnes.
- Être persévérant, essayer plusieurs approches.

- Se renseigner sur ce qui a déjà été fait (lire des articles).
- Essayer de simplifier le problème.
- Regarder des cas simples (expériences).
- Programmer si besoin.
- Discuter avec d'autres personnes.
- Être persévérant, essayer plusieurs approches.
- Généraliser.

On sait résoudre une équation du second degré :

$$ax^2 + bx + c = 0$$

On sait résoudre une équation du second degré :

$$ax^2 + bx + c = 0$$

Discriminant :

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

On sait résoudre une équation du second degré :

$$ax^2 + bx + c = 0$$

Discriminant :

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

Solution :

$$\frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

On a aussi des formules pour les équations de degré 3 ou 4 !

$$ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$$

On pose

$$p = \frac{c}{a} - \frac{b^2}{3a^2}, q = \frac{2b}{27a^3} + \frac{d}{a} - \frac{bc}{3a^2}, \Delta = \frac{q^2}{4} + p^3 27$$

Et les solutions sont données par

$$\sqrt[3]{\frac{q}{2} + \sqrt{\Delta}} + \sqrt[3]{\frac{q}{2} - \sqrt{\Delta}}$$

On a aussi des formules pour les équations de degré 3 ou 4 !

$$ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$$

On pose

$$p = \frac{c}{a} - \frac{b^2}{3a^2}, q = \frac{2b}{27a^3} + \frac{d}{a} - \frac{bc}{3a^2}, \Delta = \frac{q^2}{4} + p^3 27$$

Et les solutions sont données par

$$\sqrt[3]{\frac{q}{2} + \sqrt{\Delta}} + \sqrt[3]{\frac{q}{2} - \sqrt{\Delta}}$$

Et pour les équations de degré $n > 4$?

Il n'y a pas de formule pour les équations de degré > 4 !

Démonstré par Galois en 1829 à l'âge de 18 ans



Il n'y a pas de formule pour les équations de degré > 4 !

Démonstré par Galois en 1829 à l'âge de 18 ans

Aujourd'hui on étudie ce théorème à bac + 5.



Riemann observe que l'apparition des nombres premier est lié à la fonction

$$\zeta(s) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^s} = 1 + \frac{1}{2^s} + \frac{1}{3^s} + \frac{1}{4^s} + \dots$$

Riemann observe que l'apparition des nombres premiers est lié à la fonction

$$\zeta(s) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^s} = 1 + \frac{1}{2^s} + \frac{1}{3^s} + \frac{1}{4^s} + \dots$$

- Les 0 “intéressants” sont sur la droite $Re(s) = 1/2$

Riemann observe que l'apparition des nombres premiers est lié à la fonction

$$\zeta(s) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^s} = 1 + \frac{1}{2^s} + \frac{1}{3^s} + \frac{1}{4^s} + \dots$$

- Les 0 “intéressants” sont sur la droite $Re(s) = 1/2$
- Hypothèse vérifiée pour les 1 500 000 000 premiers 0.

Riemann observe que l'apparition des nombres premiers est lié à la fonction

$$\zeta(s) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^s} = 1 + \frac{1}{2^s} + \frac{1}{3^s} + \frac{1}{4^s} + \dots$$

- Les 0 “intéressants” sont sur la droite $Re(s) = 1/2$
- Hypothèse vérifiée pour les 1 500 000 000 premiers 0.
- Résoudre le problème : le démontrer pour tout les autres.