ENSEIGNER A PARTIR DE PROBLEMES DE RALLYE :
un exemple en classe de seconde à partir de « croix dans un carré »

Pré-requis :
- Utiliser les propriétés géométriques d'une figure pour exprimer des longueurs et des aires.
- Utiliser le théorème de Pythagore dans une figure complexe.
- Déterminer une aire par découpages.

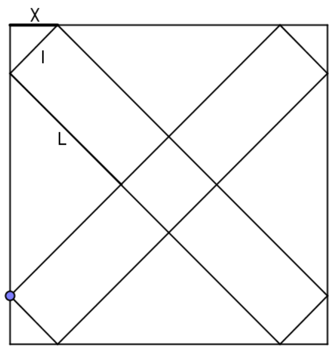
Objectif 1 : Modéliser un problème ouvert par une fonction.
- Choix d'une variable (parties 1 et 2)
- Influence du raisonnement sur la fonction obtenue (parties 2 et 3)
- Influence de la variable sur la fonction étudiée (partie 4)

Objectif 2 : Rechercher un antécédent.
- Utiliser la calculatrice graphique (courbe ou table) pour chercher un antécédent (parties 2 et 3).
- Résoudre une équation.

Scénario :
Ce travail a été mené en Travaux Dirigés sur deux séances.

Pour un entraînement au Rallye, un groupe avait cherché le problème « Croix dans un carré » et n'avait pas réussi à trouver une solution.
Je suis partie de leur production inaboutie pour mettre en valeur leur travail (partie 1).
La relation trouvée par les élèves était correcte, mais inexploitable faute d'avoir posé clairement une variable.

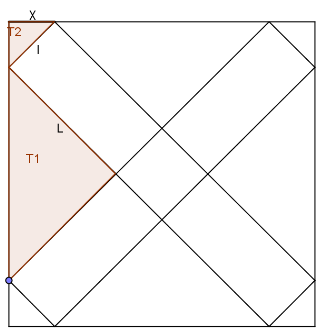
J'ai alors suggéré l'utilisation d'une variable x (partie 2) en fonction de laquelle on peut exprimer facilement l et L choisis par les élèves.



Mais l'expression de l'aire ($f(x)=\left(x\sqrt{2}\right)^2+4\times x\sqrt{2}\times\sqrt{2}(3-x)$) n'est pas facile à simplifier pour un élève de 2nde et peut constituer un obstacle à la recherche d'un antécédent de 18 par la fonction f.

On peut modéliser le problème par une autre fonction en raisonnant sur l'aire autour de la croix dans le carré. (partie 3)

L'expression de l'aire est simplifiée, mais le recours à la calculatrice ou à un logiciel de calcul formel (Xcas par exemple) reste nécessaire pour trouver un antécédent de 18 par la fonction g



En conservant le raisonnement précédent et en choisissant une autre variable, on peut modéliser le problème par une autre fonction h avec laquelle un élève de 2nde peut résoudre l'équation $h(x) = 18$.

Autre scénario possible :
Les parties 2, 3 et 4 pourraient être proposées à des groupes différents selon leur niveau. Cette recherche sera suivie d'une restitution à l'oral.

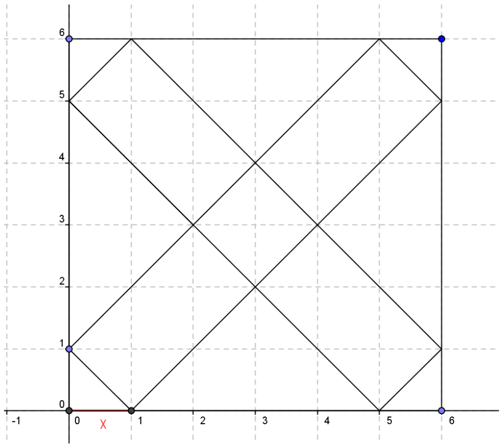
Autres prolongements possibles

- **Exploiter cette configuration en géométrie analytique**

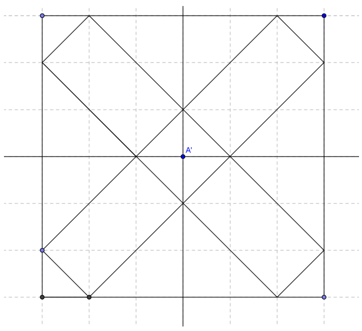
Objectif 1 :
Déterminer des coordonnées de points pour exprimer des longueurs et des aires.

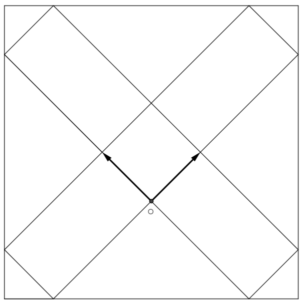
Version 1 : pour une croix dont les sommets sont à coordonnées entières, vérifier qu'une des deux configurations est une solution au problème.

Version 2 : les coordonnées dépendent d'une variable x et permettent de définir une fonction pour répondre au problème.



Objectif 2 :
Déterminer des coordonnées de points dans différents repères.





- **Exploiter cette configuration en lien avec les fonctions affines.**

On pourra demander aux élèves de construire la croix répondant au problème « croix dans un carré » en définissant chaque segment comme la représentation graphique d'une fonction affine définie sur un intervalle.

- **Exploiter cette configuration en lien avec les équations de droites.**

On pourra demander aux élèves de déterminer les équations des droites définissant la croix et calculer les coordonnées de points d'intersection.