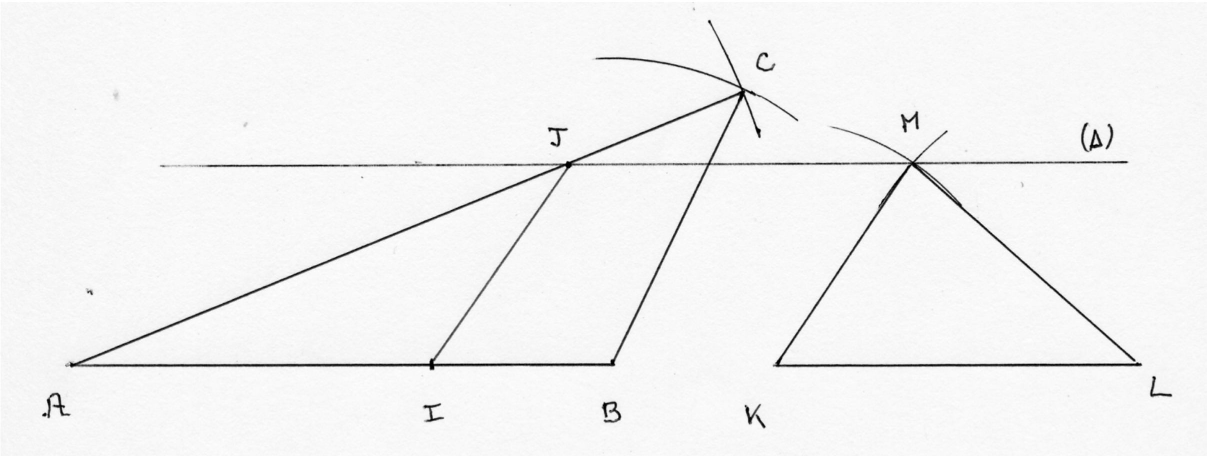
Eléments de solutions des exercices de la finale 14 Mai 2004 du Rallye de Franche-Comté

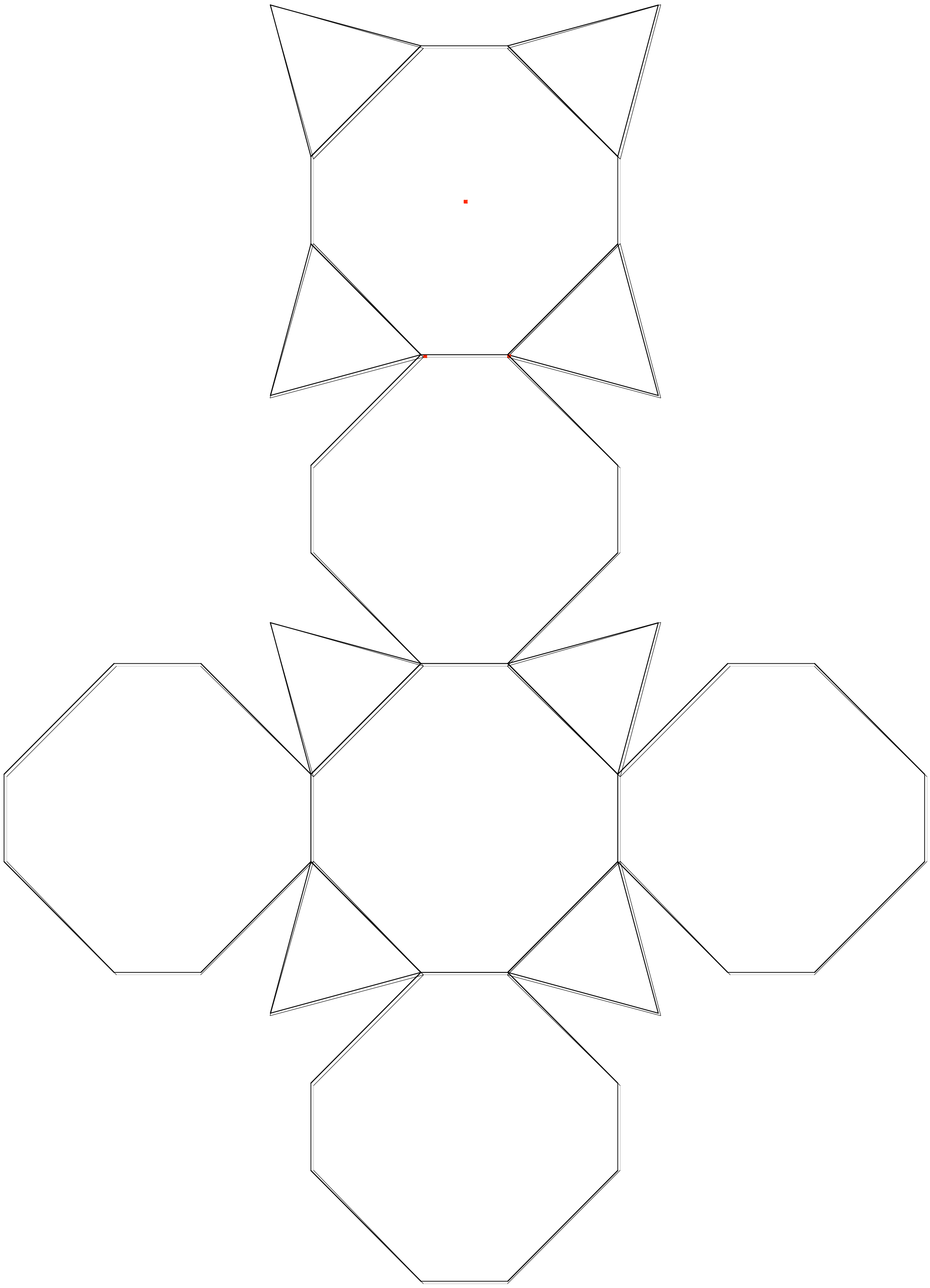
1-L'un sur l'autre

Unité : le centimètre
Triangle ABC
AB=9, BC= 5, AC=12
Triangle KLM
KL=6, KM=4, LM=5
A, B, K, L alignés.
La parallèle à (AB) passant par M coupe [AC] en J.



2- Le cube tronqué

Le développement demandé comporte 6 octogones et 8 triangles équilatéraux.
Voici une solution pour les disposer.



3- La manifestation

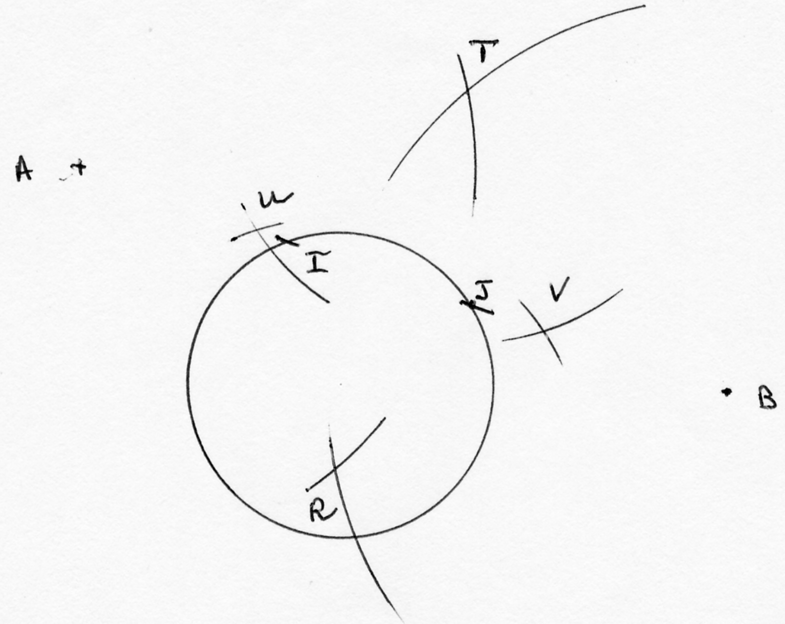
Soit N le nombre de manifestants.
N-1 est un multiple de 10, 9, 8, 7, 6. Il est alors divisible par 2x5x3x3x2x2x7.
D'où N=2521.

4-Château de cartes

On fait l'hypothèse que chaque trait noir est une carte vue de profil.
Pour le premier niveau on a trois cartes, on ajoute trois cartes au nombre de cartes du précédent niveau pour obtenir le nombre de cartes du deuxième niveau.
Pour passer du niveau n au niveau n+1, on ajoute au nombre de cartes du niveau n, trois nouvelles cartes.
Pour un château ayant m niveaux le nombre total T de cartes est : 3x S où
S=1+2+3+………………+m d'où $S=\frac{T}{3}$, 2004 est un multiple de 3 donc S= 668.
On calcule S en faisant la somme des entiers successifs depuis 1 pour obtenir 668 ou un nombre immédiatement inférieur à 668. La somme des entiers de 1 à 36 est 666. La somme des entiers de 1à 37 est 703. Ainsi 3x (1+2+3+…………+36)=1998 et
3x (1+2+3+……+37)=2109.
Conclusion : il est possible de construire un château de 36 étages et il restera 6 cartes !

5- Parterre floral

La corde peut servir de compas, ouverture limitée à 20 mètres, mais aussi de règle de 20 mètres de long. Le dessin est réalisé à l'échelle au 3 millième.
On possède donc d'un compas dont l'ouverture sera limitée à 6 centimètres et d'une règle de même longueur.
L'idée est tracer deux points intermédiaires sur la droite (AB).
(AB) médiatrice de [TR], puis U et S deux points de cette médiatrice.


A
T
u
I
J
V
B
R

6- Itinéraire

Soit x la durée en minutes réalisée par Albert et Béatrice pour se rencontrer.
x-30 durée du trajet d'Albert, x durée du trajet de Béatrice. On a x-30 + x = 172 soit x = 101.
Soit y le temps mis par Dominique et Charles pour se rencontrer à partir de 12 heures.
On a : y + y – 12 + 101 = 155 soit y = 33.
Réponse : Dominique croise Charles à 13h41 plus 33 minutes soit à 14h14.

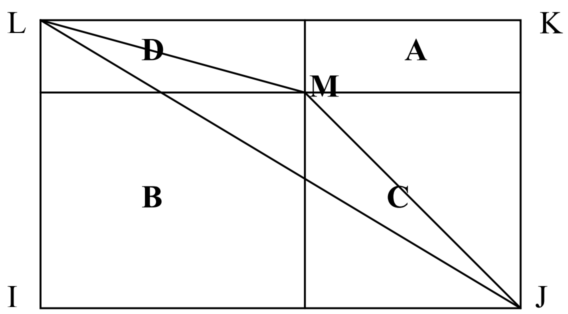
7- Partage

Soit a l'aire de **A**, b l'aire de **B**, c l'aire de **C**, d l'aire de **D**.
D est partagée en deux parcelles triangulaires de même aire $\frac{d}{2}$ par la diagonale [LM].

C est partagée en deux parcelles triangulaires de même aire $\frac{c}{2}$ par la diagonale [MJ].

a = b si et seulement si $a + \frac{c}{2} + \frac{d}{2} = b + \frac{c}{2} + \frac{d}{2}$
aire(LKJM) = aire(LIJM) si et seulement si aire(LJK) – aire(LMJ) = aire(LIJ) + aire(LMJ)
or aire(LJK) = aire(LIJ) ce qui donne aire(LMJ) = 0, ce qui signifie que M appartient à la diagonale [LJ].
Première conclusion : l'aire de **A** est égale à celle de **B** lorsque M est sur la diagonale [LJ].

L'aire de **C** est le quadruple de celle de **D** signifie que les dimensions de la parcelle **C** sont les doubles de celles de la parcelle **D**. La diagonale [MJ] est le double de la diagonale [LM].
Le segment [LJ] est partagé en trois segments de même longueur.
Conclusion : M est au tiers de L sur la diagonale [LJ].



8- Concours de diabolos

Soit m_1 masse du diabolo de Marc et V_1 son volume, $m_1 = 162$.

m_2 la masse, V_2 le volume du diabolo d'Eric. On peut écrire $\frac{m_1}{V_1} = \frac{m_2}{V_2}$ d'où $m_2 = m_1 \times \frac{V_2}{V_1}$

Volume du petit cône « vide » $\frac{\pi.r^2.h}{3}$, volume du grand cône $\frac{\pi.R^2.H}{3}$ avec $H = \frac{h.R}{r}$

Volume du cylindre médian $\pi.\frac{d^{2}}{2^2}.e$

Volume du grand cône évidé $\frac{\pi.R^2.H}{3} - \frac{\pi.r^2.h}{3}$ soit $\frac{\pi.R^3.h}{3.r} - \frac{\pi.r^3.h}{3.r}$

Volume du petit cône à retirer du grand cône $\frac{\pi.d^2}{3.2^2}.(H-h)$ soit $\frac{\pi.d^2}{3.2^2}.(\frac{R-r}{r}).h$

Volume du diabolo $2(\frac{\pi.R^3.h}{3.r} - \frac{\pi.r^3.h}{3.r} - \frac{\pi.d^2}{3.2^2}.(\frac{R-r}{r}).h) + \pi.\frac{d^2}{2^2}.e$

En remplaçant par les valeurs numériques $V_1 = 120{,}5.\pi$ et $V_2 = 120{,}5.\pi$

Par suite $m_2 = m_1$

Eric peut concourir.

9- <u>L'ombre d'un cube</u>

Solution

périmètre cherché :

constructions :