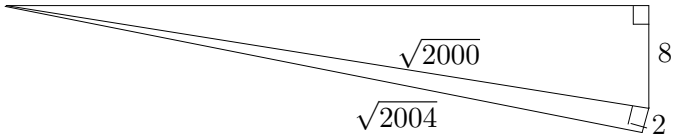
RALLYE MATHEMATIQUE DE FRANCHE-COMTÉ
Épreuve de qualification 2004. Eléments de solutions.

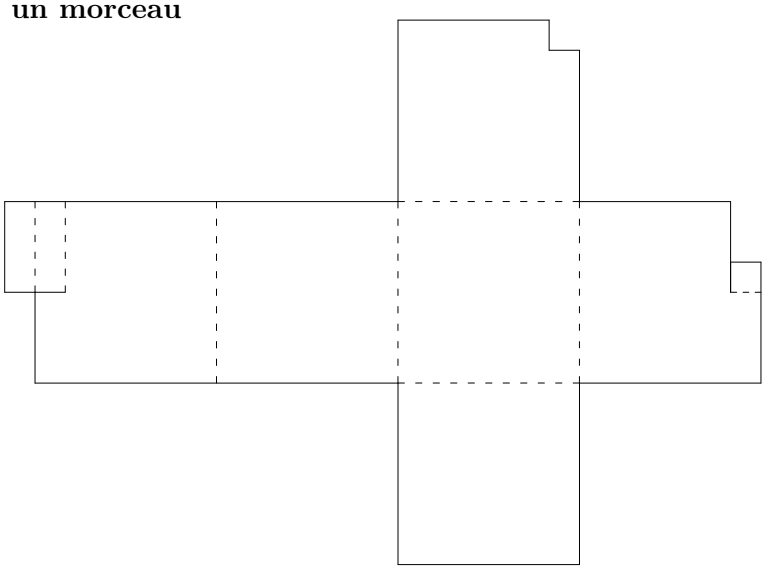
1 - L'année en triangles

La décomposition $2004 = 1936 + 64 + 4$ permet de construire des segments de longueur $\sqrt{2000}$ et $\sqrt{2004}$ comme hypothènuse de triangles rectangles.



(La figure n'est pas à l'échelle.)

2 - Il manque un morceau



3 - Somme et produit de fractions

Les solutions sont les entiers a, b, et c tels que $b + c = a$, soit

$$
\begin{array}{llll}
\text{si} & a = 2\,, & b = 1 \quad \text{et} & c = 1 \\
\text{si} & a = 3\,, & b = 2 \quad \text{et} & c = 1 \\
\text{si} & a = 4\,, & b = 3 \quad \text{et} & c = 1 \\
\text{si} & a = 4\,, & b = 2 \quad \text{et} & c = 2 \\
\text{si} & a = 5\,, & b = 4 \quad \text{et} & c = 1 \\
\text{si} & a = 5\,, & b = 3 \quad \text{et} & c = 2 \\
\text{si} & a = 6\,, & b = 5 \quad \text{et} & c = 1 \\
\text{si} & a = 6\,, & b = 4 \quad \text{et} & c = 2 \\
\text{si} & a = 6\,, & b = 3 \quad \text{et} & c = 3 \\
\text{si} & a = 7\,, & b = 6 \quad \text{et} & c = 1 \\
\text{si} & a = 7\,, & b = 5 \quad \text{et} & c = 2
\end{array}
$$

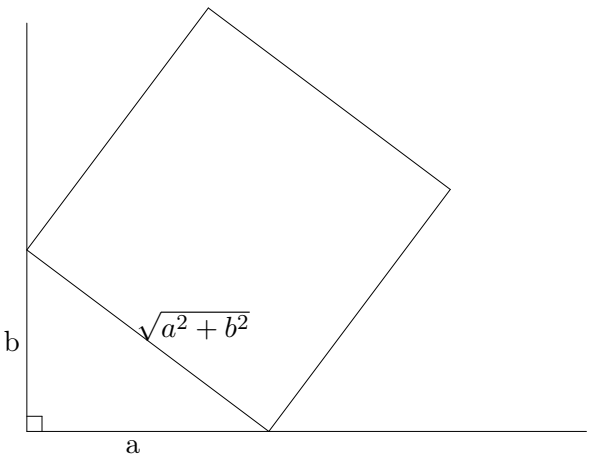
$$
\begin{array}{llll}
\text{si} & a=7\,, & b=4 & \text{et} \quad c=3 \\
\text{si} & a=8\,, & b=7 & \text{et} \quad c=1 \\
\text{si} & a=8\,, & b=6 & \text{et} \quad c=2 \\
\text{si} & a=8\,, & b=5 & \text{et} \quad c=3 \\
\text{si} & a=8\,, & b=4 & \text{et} \quad c=4 \\
\text{si} & a=9\,, & b=8 & \text{et} \quad c=1 \\
\text{si} & a=9\,, & b=7 & \text{et} \quad c=2 \\
\text{si} & a=9\,, & b=6 & \text{et} \quad c=3 \\
\text{si} & a=9\,, & b=5 & \text{et} \quad c=4
\end{array}
$$

4 - Balances

$m = 100\sqrt{6}$ et donc l'objet pèse 245 grammes au gramme près.

5 - Addition d'aires

Construction d'un carré d'aire $a^2 + b^2$, donc de côté $\sqrt{a^2+b^2}$.



6 - Eclipse

L'aire de la surface dorée du tableau est $4800(\pi - 2)\,cm^2$.
La quantité de peinture nécessaire est égale à $27\,cl$ au centilitre près.

7 - Interro en quatrième

- Alex a tord
- Bertrand a raison
- Claude a tord
- Dominique a tord

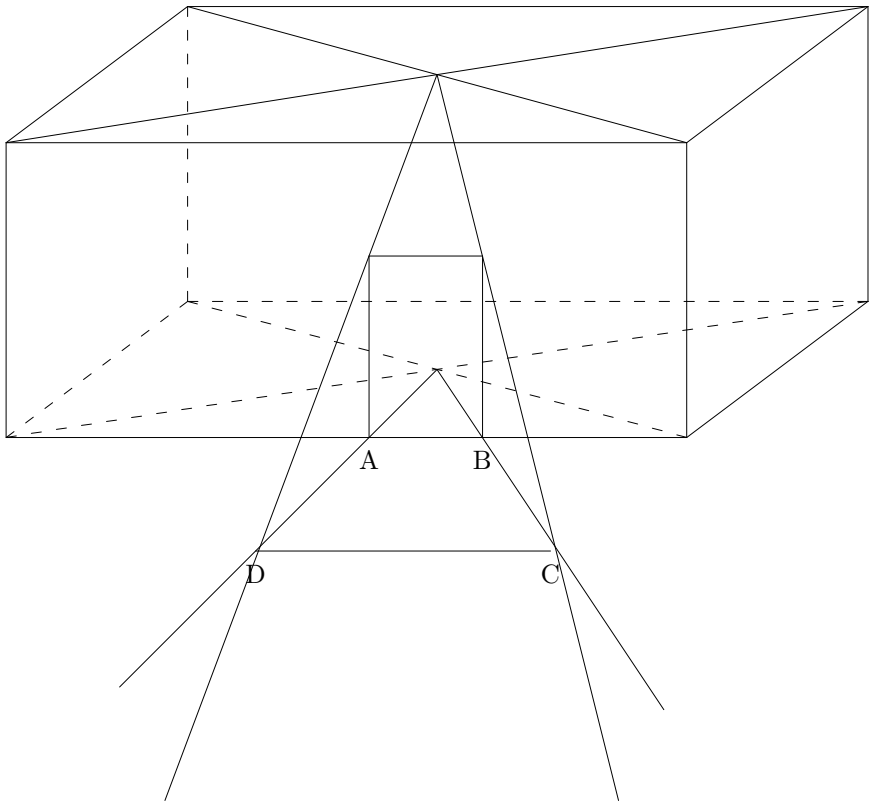
8 - 2004 **simplement**

En considérant que la différence entre deux nombres a et b est $a - b$, on recherche les couples (a, b) tels que $a(b + 2) = 2004$.

$$
\begin{array}{llll}
\text{si} & a=1\,, & b=2002 \\
\text{si} & a=2\,, & b=1000
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{ll}
\text{si} & a = 3\,, \quad b = 666 \\
\text{si} & a = 4\,, \quad b = 499 \\
\text{si} & a = 6\,, \quad b = 332 \\
\text{si} & a = 12\,, \quad b = 165 \\
\text{si} & a = 334\,, \quad b = 4 \\
\text{si} & a = 501\,, \quad b = 2 \\
\text{si} & a = 668\,, \quad b = 1 \\
\text{si} & a = 167\,, \quad b = 10
\end{array}
$$

Il y a dix couples solutions. Si l'on accepte la différence $b - a$, il y a 20 solutions.

9 - Pour y voir clair

Le quadrilatère $ABCD$ représente la partie du sol éclairée par la lumière.