RALLYE MATHEMATIQUE DE FRANCHE-COMTE
EPREUVE DE QUALIFICATION DU 17 FEVRIER 2004 (11-12h)

Les classes de troisième doivent résoudre les exercices 1 à 6.
Les classes de seconde doivent résoudre les exercices 4 à 9.
La classe doit rendre une seule réponse par exercice traité.

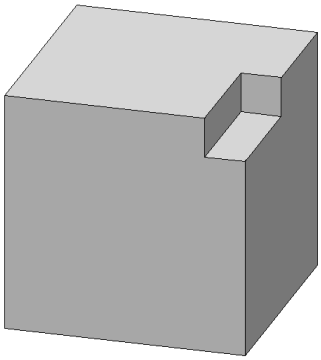
1- L'année en triangles

Le but de l'exercice est de construire un segment dont la mesure exacte vaut $\sqrt{2004}$ unités, à l'aide de triangles rectangles uniquement.
On précise qu'une unité vaut 5 mm (c'est-à-dire la longueur d'un côté de petit carreau).

Utiliser le moins possible de triangles et faire la représentation sur une feuille à petits carreaux.
On indiquera sur le dessin les dimensions de chaque segment tracé.

2- Il manque un morceau…

On a représenté ci-contre un cube plein de 6 cm de côté (le dessin n'est pas à l'échelle), auquel on a enlevé, dans un de ses coins, un pavé droit de hauteur 3 cm et dont la base est un carré de 1 cm de côté.



Fabriquer à la bonne échelle un patron du solide obtenu (sans languettes).

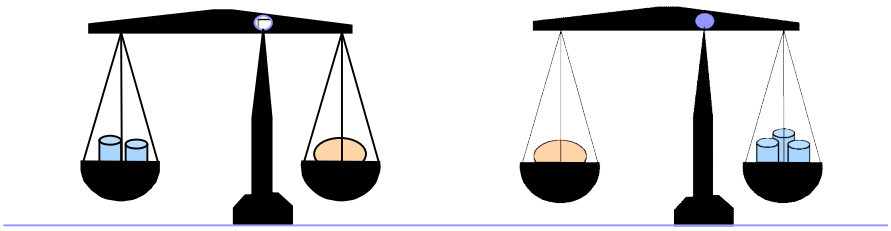
3- Somme et produit de fractions

a, b et c sont trois entiers (non nécessairement différents) parmi 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 et 9.
Ils vérifient $\frac{a}{b}+\frac{a}{c}=\frac{a?}{bc}$: égalité de la somme et du produit de deux fractions.

Exemple : si $a = 8$, $b = 6$ et $c = 2$ alors $\frac{8}{6}+\frac{8}{2}=\frac{64}{12}$.
(cette solution est considérée identique à la solution $a = 8$, $b = 2$ et $c = 6$)

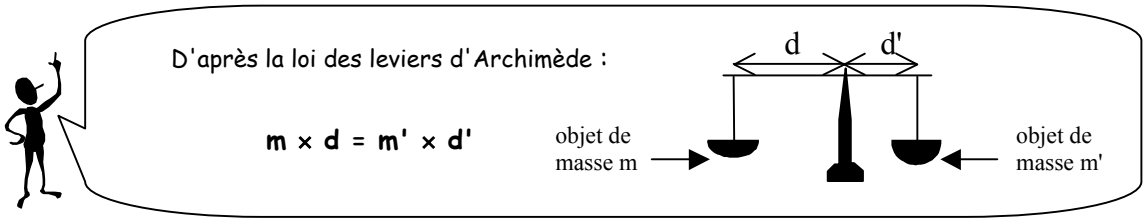
Trouver toutes les solutions non identiques permettant d'obtenir cette égalité.

4-Balances



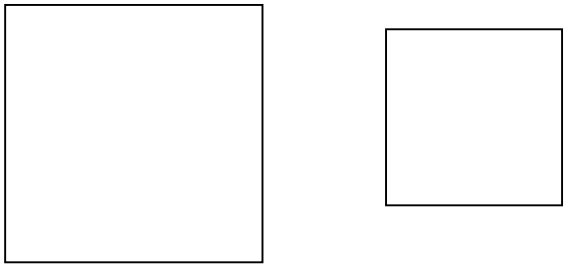
On dispose uniquement d'une balance et de masses cylindriques de 100 g.
Dans les deux situations représentées, la balance est en équilibre pour la même position sur l'axe.
(les dessins ne sont pas à l'échelle)

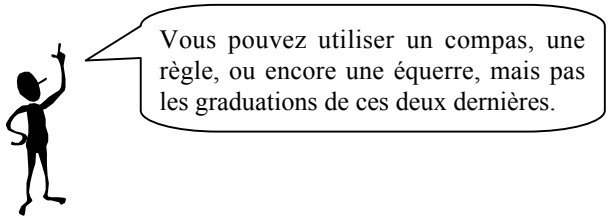
Quelle est la masse exacte, puis arrondie au gramme, de l'objet en forme d'œuf ?
Vous préciserez votre démarche.



5- Addition d'aires

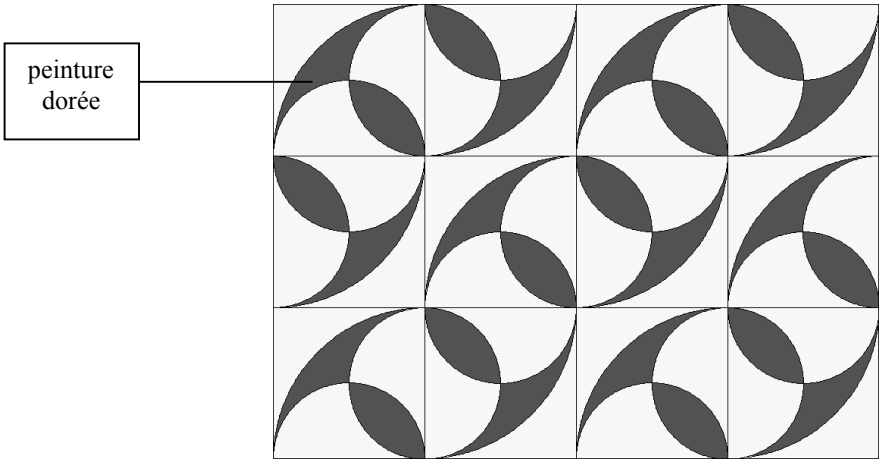
Construire un carré ayant pour aire la somme des aires des carrés ci-dessous.





6- Eclipse

Un peintre décorateur doit reproduire le tableau d'art ci-dessous (6cm × 8cm), à l'échelle 20.
Quelle quantité de peinture dorée utilisera-t-il, sachant qu'il faut un demi-litre de peinture pour peindre totalement une surface de 1 m_ ?
On donnera la réponse arrondie au centilitre près et on précisera la démarche suivie.



7- Interro. en quatrième

L'interro de maths sur l'addition de fractions a lieu demain.
Un groupe d'amis en discute dans la cour du collège Fermat :

Alex : « Si je veux ajouter les fractions positives $\frac{a}{b}$ et $\frac{5}{7}$, il suffit d'ajouter les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux ; ainsi $\frac{a}{b}+\frac{5}{7}=\frac{a+5}{b+7}$. »

Bertrand : « Non ! Ca ne marche pas ! les fractions $\frac{a}{b}+\frac{5}{7}$ et $\frac{a+5}{b+7}$ ne seront jamais égales, quelles que soient les valeurs de *a* et de *b* ! »

Claude : « C'est vrai qu'elles ne seront jamais égales, mais je pense que la fraction $\frac{a+5}{b+7}$ est toujours comprise entre les deux fractions initiales $\frac{a}{b}$ et $\frac{5}{7}$. »

Dominique : « Je ne pense pas qu'Alex ait raison dans tous les cas, mais on peut sûrement trouver des valeurs de *a* et de *b* pour lesquelles l'égalité $\frac{a}{b}+\frac{5}{7}=\frac{a+5}{b+7}$ est vérifiée ! »

Pourriez-vous dire qui a raison et qui a tort, en justifiant à chaque fois ?

Rappel : La fraction positive $\frac{a}{b}$ est un quotient où *a* et *b* sont des entiers naturels (avec b non nul).

8- 2004 simplement

On veut trouver deux nombres entiers strictement positifs tels qu'en ajoutant leur somme, leur produit et leur différence, on obtient 2004 (on accepte qu'une différence soit négative).

Donnez tous les couples de nombres possibles.

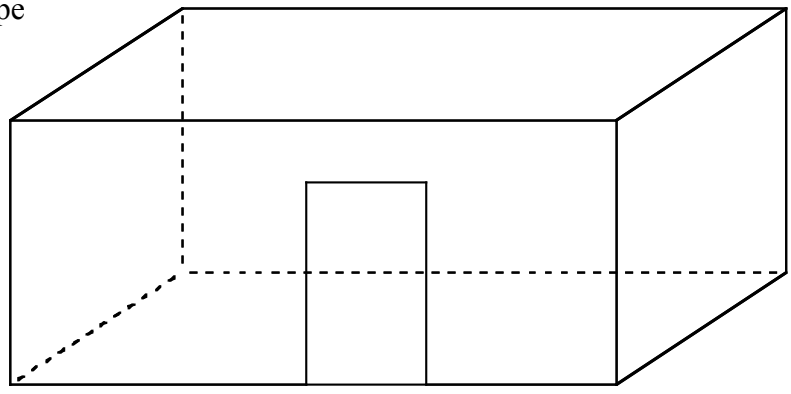
9- Pour y voir plus clair

Une pièce rectangulaire est modélisée par un parallélépipède rectangle.
Le sol et le plafond sont représentés par les rectangles PLAN et DORE.
La porte de la pièce est un rectangle ISUT comme sur le schéma.

ERDOPNLAISTU

Au centre du plafond, une lampe éclaire la pièce.

Déterminer, sur le schéma ci-contre, la partie du sol, extérieur à la pièce, éclairée par la lumière lorsqu'on ouvre complètement la porte.



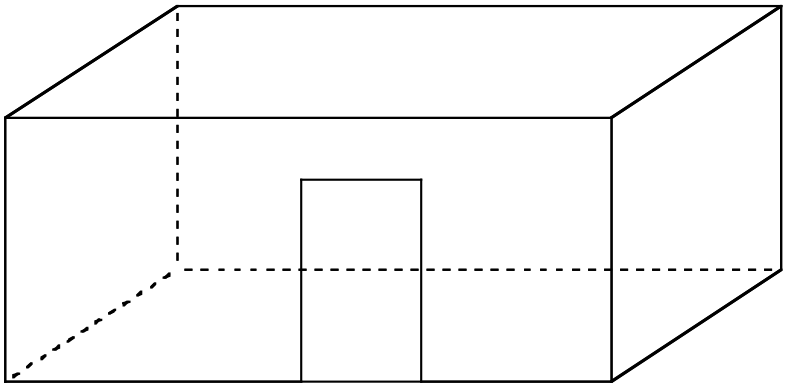
RALLYE MATHEMATIQUE : Epreuve de qualification du 17/02/04

Nom de l'établissement :

Classe :

Nom du professeur de mathématiques de la classe :

Fiche réponse pour l'exercice 9

à renvoyer impérativement, même incomplète ou vierge.

ERDOPNLAISTU