

Rallye Mathématique de Franche-Comté – mai 2003

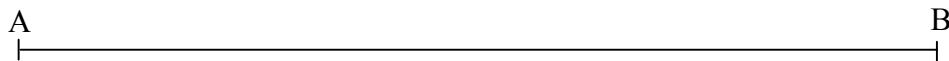
Les classes de troisième doivent résoudre les exercices 1 à 6 ; les classes de seconde doivent résoudre les exercices 4 à 9.

La classe doit rendre une seule réponse par exercice traité. Une fiche réponse est prévue à cet effet.

1- Construction avec des allumettes

Pour construire des figures géométriques, on ne dispose que de sept allumettes, chacune mesurant exactement 3 centimètres.

Le but est de placer le milieu d'un segment [AB] de longueur 11,5 centimètres avec pour seuls outils les sept allumettes.



Représentez en couleur la position des sept allumettes sur le dessin de la fiche réponse.

2- Quand 2003 se plie en 4

Le 31 décembre 2002 au soir, le programme qui gère l'illumination de la tour Eiffel est pris d'un virus hors du commun : la quadrimania !

Il refuse d'utiliser tout chiffre qui n'est pas un 4, mais permet tous les calculs habituels que l'on trouve sur une calculatrice : addition/soustraction, multiplication/division, puissance, racine carrée, parenthèses, etc.

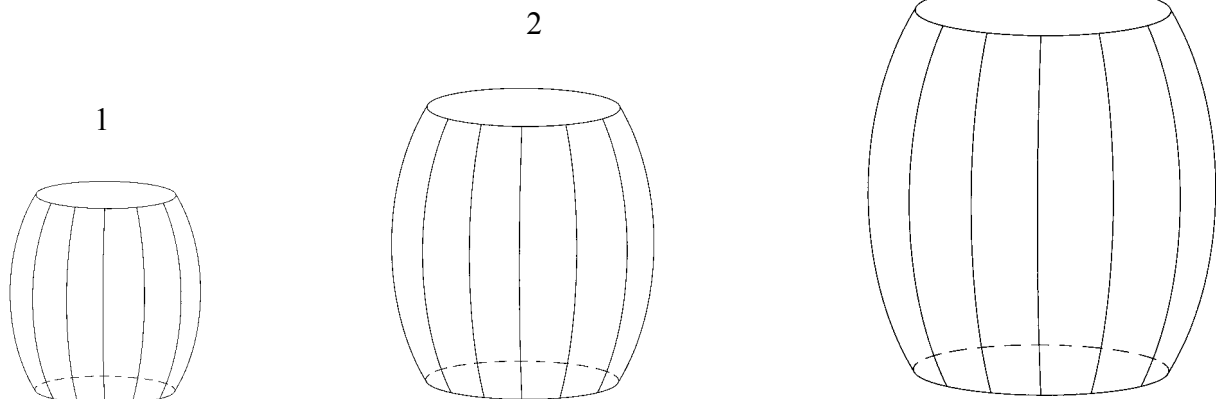
Pour ne pas décevoir les milliers de personnes qui attendent la nouvelle année devant la tour, ainsi que les millions de téléspectateurs, l'informaticien propose, dans l'urgence, le calcul suivant :

$$\frac{4444 - 444}{\sqrt{4}} + 4 - \frac{4}{4}$$

Auriez-vous été capable de programmer à votre tour l'affichage du nombre 2003, en utilisant le moins de chiffres 4 possible ? Proposez alors un affichage.

3- Réserve de tonneaux

Trois tonneaux ont des mesures proportionnelles.
On les a représentés en perspective avec la même échelle.
Le tonneau central a une capacité de 230 L.



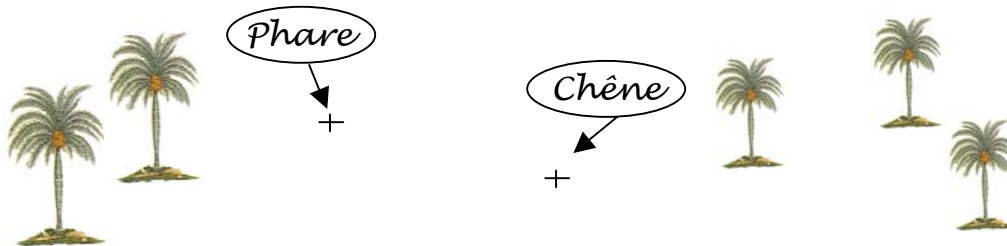
**Evaluez la capacité des deux autres tonneaux.
Expliquez la démarche que vous avez utilisée.**

4- SOS pour pirate manchot

Le pirate anglais Pad Barb tient sa vengeance, il a enfin localisé la cache secrète de son ennemi juré, le corsaire français Naquinheuil.

Il lui suffit de trouver sur sa carte la position symétrique du phare de l'Ile des Mouettes par rapport au vieux Chêne des Pendus.

Mais il y a un os : le pirate a perdu un bras lors de son dernier affrontement avec Naquinheuil, il ne peut donc pas utiliser de règle et n'a que son vieux compas à sa disposition.



Aidez-le à trouver une méthode pour débusquer sur sa carte la cachette de son ennemi.
(On prendra soin de laisser les arcs de cercles utiles à la construction sur la fiche réponse)

5- Trio de tête

On procède à l'élection du président d'un club comptant 48 membres.

Il y a trois candidats : Jacques, Michel et Richard.

Chaque électeur classe les trois candidats dans son ordre de préférence sur son bulletin de vote.

Le mode de scrutin retenu consiste à élire le candidat cité en première position le plus grand nombre de fois.

En cas d'ex æquo, le candidat cité le plus grand nombre de fois en deuxième position est élu.

Au dépouillement, on constate qu'il y a au moins un bulletin de vote pour chacun des six classements possibles. De plus :

- ☒ Jacques a été plus souvent classé devant Michel que Michel devant Jacques.
- ☒ Michel a été plus souvent classé devant Richard que Richard devant Michel.

A la surprise générale, Richard remporte l'élection.

Donnez un exemple de répartition des 48 votes correspondant à cette situation.

6- Pneu à pneu on fait sa route ...

Quelle distance peut-on parcourir avec une voiture disposant de 7 pneus neufs, sachant que chaque pneu peut faire 40 000 km ?

7- Enchaînement d'entiers

On considère un nombre entier n compris entre 2 et 99.

En partant de n , on construit une chaîne de nombres de la façon suivante :

- ⌘ si un nombre k de la chaîne est pair, le suivant s'obtient en divisant k par 2,
 - ⌘ si un nombre k de la chaîne est impair, le suivant s'obtient en multipliant k par 3 et en ajoutant 1.
- La longueur de la chaîne est le nombre d'entiers nécessaires pour atteindre le nombre 1.

Exemple en prenant $n = 20$: $20 - 10 - 5 - 16 - 8 - 4 - 2 - 1$ est une chaîne de longueur 8.

Attention, les nombres utilisés dans chaque chaîne ne peuvent s'écrire qu'avec 1 ou 2 chiffres.

**Quel est le nombre compris entre 2 et 99 qui possède la chaîne la plus longue ?
Donnez sa chaîne complète.**

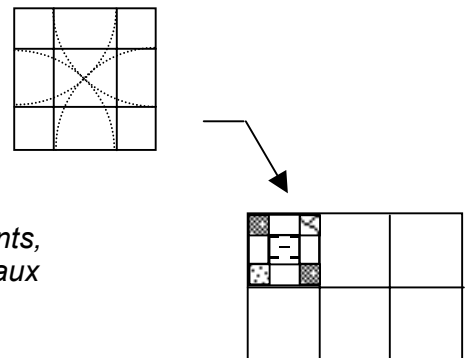
8- Division sacrée

En Grèce, en Europe ou encore en Egypte, on a retrouvé des plans de villes ou des décors construits selon la règle de la "division sacrée".

A partir d'un carré :

- on trace quatre quarts de cercle ayant chacun pour rayon la moitié de la longueur d'une diagonale et pour centre l'un des quatre sommets du carré.

- ces quatre quarts de cercle coupent les côtés du carré en huit points, que l'on joint deux à deux pour obtenir quatre segments parallèles aux côtés du carré.



M. Bricol veut mettre dans sa cuisine un panneau mural en carrelage.

Ce panneau sera un rectangle constitué de six carreaux.

Chaque carreau, de forme carrée, sera partagé selon la "division sacrée", puis peint : seuls seront peints le carré central et les quatre petits carrés, chacun d'une seule couleur.

M. Bricol a également les exigences suivantes, sachant qu'on ne dispose que de 4 couleurs différentes :

- ⌘ Dans le panneau, deux carrés ayant un côté ou un sommet commun devront être de couleurs différentes.
- ⌘ Sur le panneau rectangulaire, chaque couleur devra recouvrir exactement la même surface totale.

Faites une proposition à M. Bricol sous forme de maquette en respectant ses vœux.

9- Ras-le-bol

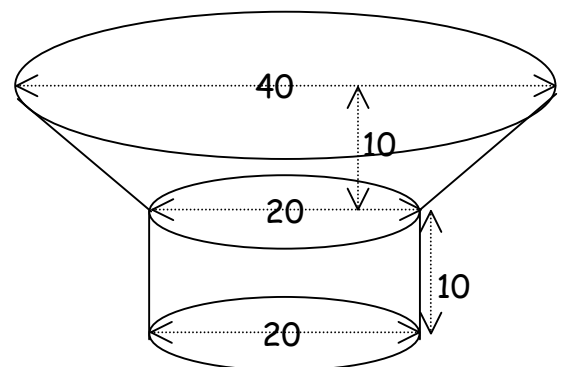
Un récipient en plastique transparent

a la forme ci-contre :

Il est constitué :

- ⌘ d'un cylindre droit de hauteur 10 cm et de diamètre 20 cm,
- ⌘ d'un tronc de cône droit de hauteur 10 cm et dont le diamètre supérieur mesure 40 cm.

On désire graduer ce récipient tous les litres.



Proposez une méthode.

Marquez les graduations sur le récipient (on reproduira le schéma de la fiche réponse à l'échelle réelle sur une autre feuille, millimétrée si possible).