

RALLYE MATHÉMATIQUE DE FRANCHE-COMTE
Finale du Lundi 2 Mai 2005 (11h-12h)

Les classes de troisième doivent résoudre les exercices 1 à 6.
 Les classes de seconde doivent résoudre les exercices 4 à 9.
 La classe doit rendre une seule réponse par exercice traité.

1- Le parking

Les travaux de construction de la jolie résidence « Les pins » s'achèvent. Chaque appartement dispose d'une place de parking attitrée. Didier, qui est peintre, a été sollicité pour peindre sur chaque place le numéro de l'appartement correspondant. Météo France annonçant l'arrivée imminente d'une semaine de mauvais temps, avec beaucoup de pluie, Didier se résout alors à faire le travail en deux jours. Sachant qu'il évalue à deux minutes le temps de placer un des dix pochoirs disponibles et de peindre le chiffre correspondant, Didier calcule qu'il terminera sa première journée en réalisant le numéro 84. La moitié du temps de travail sera donc effectuée.

Pouvez vous déterminer la durée du travail de Didier et le nombre d'appartements de la résidence « Les pins » ?



1	2	...	10	11	12
---	---	-----	----	----	----

Le pochoir est une toile où le trou fait apparaître le chiffre à représenter.
 Ci-dessus le pochoir du « sept »

Voici un extrait de la première rangée du parking après le travail de Didier

2- L'enveloppe

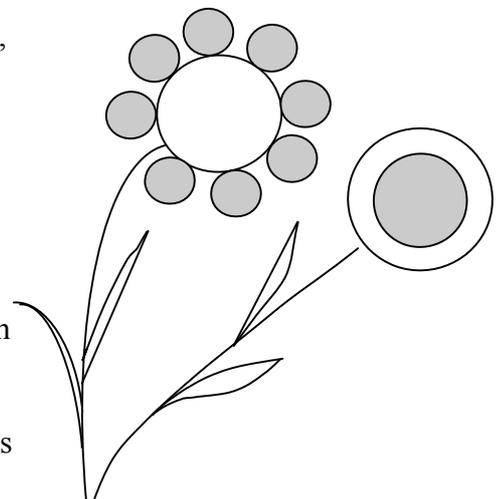
On se donne un point A sur un cercle (C) de centre O. Construire le point A_1 , image de A par la rotation de centre O, d'angle 70° dans le sens des aiguilles d'une montre, puis construire A_2 , image de A_1 par cette même rotation, puis A_3 , image de A_2 par la même rotation. On définit de la même façon les points A_4 ..etc. Si on trace ensuite les segments $[AA_1]$, $[A_1A_2]$, $[A_2A_3]$, ...etc, combien de segments pourra-t-on tracer ?

3- - Harmonie

Mikello, un artiste bisontin, désire créer pour sa prochaine exposition, un couple de fleurs stylisées en métal, qu'il nommera « harmonie ». En voici la description :

- la fleur de gauche est constituée d'un disque central de diamètre 4 cm et de 8 disques tangents, également répartis, de rayon 1 cm.
- la fleur de droite est constituée de deux disques concentriques
- les aires colorées (grisées) de chacune des fleurs sont égales.
- les aires non colorées (blanches) des deux fleurs sont égales
- Les tiges seront réalisées avec des fils métalliques de diamètre 4 mm

Mikello a réalisé le modèle ci-contre, qui malheureusement n'est pas à l'échelle. Construire en vraie grandeur chacune des deux fleurs, sans les tiges. Les seuls instruments disponibles sont le compas, l'équerre et la règle graduée tous les centimètres. Préciser les calculs effectués et laisser les traits de construction.



4- - Demi-journée de sport

L'animateur sportif demande aux 24 garçons internes du lycée de se mettre en rangs. Ils forment alors 6 lignes et 4 colonnes. On suppose que les garçons sont tous de taille différente : de 165 cm à 188 cm. Il sélectionne alors le plus grand de chaque ligne pour un tournoi de basket-ball et le plus petit de chaque colonne pour une journée d'équitation.

- 1) Un même élève peut-il être sélectionné à la fois comme basketteur et comme cavalier ?
- 2) Un cavalier peut-il être plus grand qu'un basketteur ?

Justifiez vos réponses.

5- - Les nombres palindromes

Un nombre palindrome peut se lire de la même façon de gauche à droite et de droite à gauche. Par exemple 2002, 747, 55 sont des nombres palindromes.

S'ils sont simples à fabriquer dans notre système de numération, la recherche peut se compliquer dans d'autres systèmes.

Donnez les palindromes formés de trois symboles en numération romaine. ?

Rappel : en numération romaine, les symboles I, V, X, L, C, D, M représentent les nombres 1, 5, 10, 50, 100, 500, 1000. Nous appellerons ces symboles chiffres romains.

Les principes de numération des entiers naturels sont les suivants :

- Un chiffre romain placé à droite d'un chiffre plus grand ou égal s'ajoute à celui-ci
Exemple : XV représente 15 CXXI représente 121
- Un chiffre romain placé à gauche d'un chiffre supérieur se retranche de celui-ci
Exemple : IX représente 9 XL représente 40
- La numération romaine est un système décimal et **l'écriture d'un entier est unique**

Exemples :

$$1989 = 1000 + 900 + 80 + 9$$

M CM LXXX IX

1989 s'écrit alors MCMLXXXIX

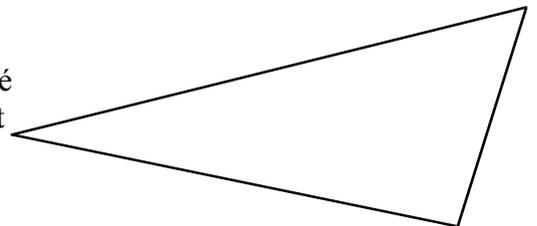
2004 s'écrit MMIV

$$495 = 400 + 90 + 5 \text{ donc } 495 \text{ s'écrit } CDXCV \text{ (et non pas VD qui n'est pas autorisé)}$$

- Chacun des symboles V, L, D ne peut apparaître qu'une fois dans l'écriture d'un nombre
Exemple : 150 s'écrit CL et non pas LLL

6- - Instrument original : le retour !

On dispose, comme unique outil de construction, du triangle gabarit bien connu. On rappelle qu'il s'agit d'un triangle cartonné que l'on pourra reproduire à l'aide du modèle ci-contre. Avec cet unique gabarit, tracez le segment [AB] dont les extrémités sont précisées sur la feuille réponse.



Vous détaillerez les constructions sur la fiche réponse en présentant les différentes étapes sur les dessins proposés, à la manière d'une bande dessinée.

Attention, vous ne pouvez ni écrire sur le gabarit, ni le plier, mais il peut vous servir de règle.

7- - la touche étoile

La machine Assout, représentée ci-contre ne dispose que d'une touche opératoire notée *. La touche *, suivie d'un entier naturel, ajoute la somme et le produit de cet entier et de l'entier affiché à l'écran.

Par exemple, si le 2 est affiché à l'écran, la séquence de touches * 3 déclenchera le calcul $2 * 3 = (2+3) + (2 \times 3) = 5 + 6 = 11$.

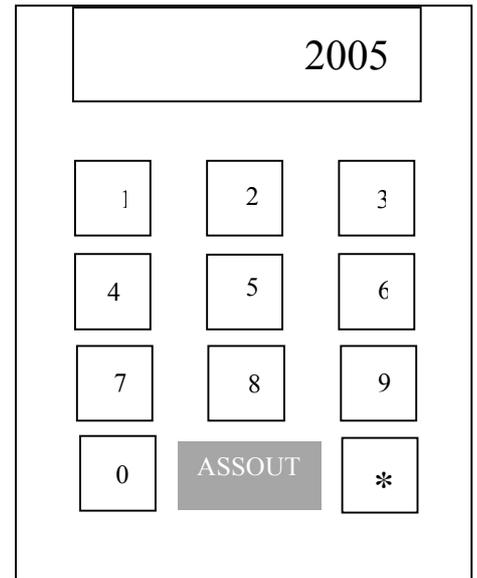
Ce nombre 11 sera alors affiché à l'écran.

Jules et Jim disposent chacun d'une machine Assout, qui quand on l'allume affiche 0 à l'écran. Le but du jeu est d'atteindre 2005.

Jules allume sa machine, puis tape *, puis un entier naturel non nul. Le nombre 2005 apparaît à l'écran et Jules gagne en une fois.

Jim allume sa machine, puis tape *, puis un entier naturel non nul. Il obtient un nombre inférieur à 2005. Il retape *, puis un autre entier naturel non nul et obtient alors 2005. Jim gagne en deux fois.

On demande tous les choix possibles de Jules pour gagner en une fois et tous les choix de Jim pour gagner en deux fois.

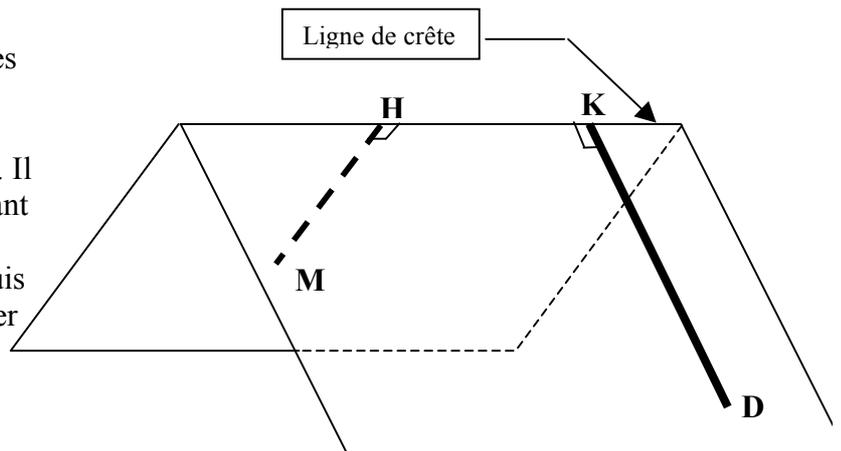


8- - Rallye randonnée

Damien et Sophie préparent une des étapes du rallye randonnée du 1^{er} juin 2005. Les randonneurs partiront du village de Der pour rejoindre le village de Montalenvers. Il faudra franchir la colline et cela, en suivant le chemin le plus court à travers champs. Après repérage, Damien a réalisé le croquis ci-contre. Aidez Damien et Sophie à placer la balise B sur la ligne de crête qui leur permettra de réaliser leur parcours.

Les distances connues, exprimées en kilomètres, sont :

$$DK = 9, KH = 5 \text{ et } HM = 6$$



9- - Repérage de trésor

En Méditerranée, quatre barges d'exploration sont disposées en rectangle.

De la première barge A, on détecte l'épave du navire contenant le trésor à 1160 mètres.

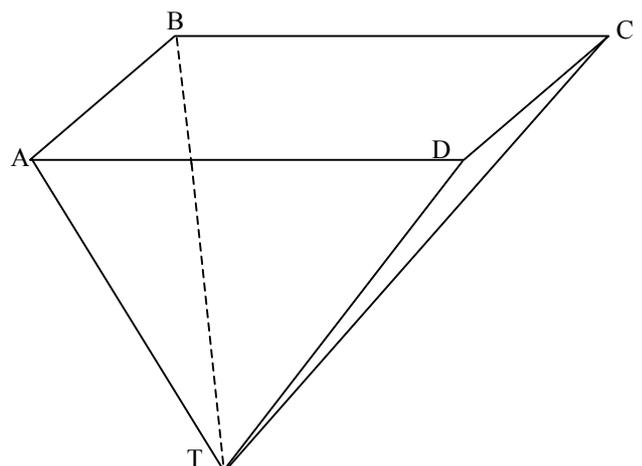
De la deuxième barge B, on détecte l'épave du navire contenant le trésor à 1524 mètres.

De la troisième barge C, on détecte l'épave du navire contenant le trésor à 1600 mètres.

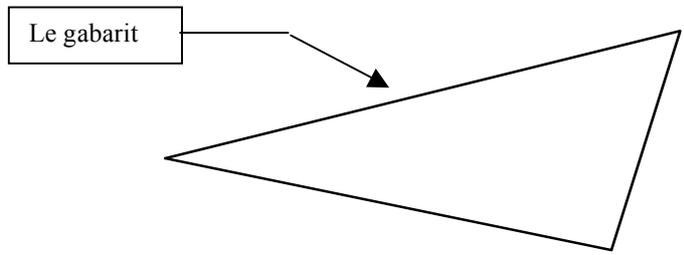
A quelle distance de la quatrième barge D se trouve l'épave du navire contenant le trésor ?

Rappel : barge = bateau à fond plat.

On pourra utiliser la figure suivante où T représente l'emplacement du trésor.



Fiche réponse (exercice 6)



+
A

+
B

+
A

+
B

+
A

+
B