

RALLYE MATHEMATIQUE DE FRANCHE-COMTE
Qualifications du Mardi 1 Février 2005 (11h-12h)

Les classes de troisième doivent résoudre les exercices 1 à 6.

Les classes de seconde doivent résoudre les exercices 4 à 9.

La classe doit rendre une seule réponse par exercice traité.

1- Symétries

On choisit d'écrire les dix chiffres du système décimal de la manière suivante :

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

L'écriture « 2005 » possède un axe de symétrie.

Quels nombres entiers de 4 chiffres possèdent deux axes de symétrie?

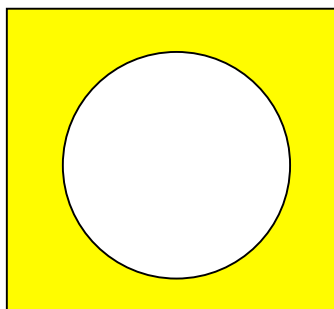
2- Doseur à spaghetti

Le dessin ci-dessous représente un doseur à spaghetti.

Le nombre de spaghetti que l'on peut passer ensemble dans le trou donne la quantité nécessaire pour le nombre de personnes correspondant.

Le disque dessiné correspond à la ration moyenne pour 2 personnes. Son rayon est 1,5 cm.

Dessiner le disque correspondant à la ration pour 5 personnes et justifier.



3- Entraînement de tennis

Au club Lyrale, un super lanceur de balles permet aux joueurs de s'entraîner.

Pour les débutants, il lance des balles de tennis à raison de 5 par minute ou de 7 par minute.

Il fonctionne automatiquement un nombre entier de minutes à chacune des deux vitesses.

Quelles sont les différentes possibilités offertes à Philippe sachant qu'il souhaite renvoyer 170 balles ?

4- La figure manquante

M. Géo Maîtrise est professeur de mathématiques et, dans le livre de ses élèves, il s'intéresse à un exercice corrigé de géométrie où l'on demande de calculer le périmètre et l'aire d'une figure.

Mais l'éditeur a commis un oubli : la figure est manquante !

M. Maîtrise a alors l'idée de demander à sa classe d'essayer de reconstituer la figure à partir des réponses, sachant que les élèves ne disposent que d'une équerre graduée uniquement tous les centimètres et d'un compas.

Le professeur ne s'attendait pas à une telle diversité de réponses, suivant que les élèves respectent une des deux conditions ou toutes les deux.

A votre tour :

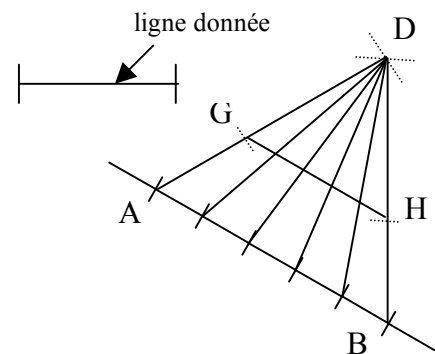
- Pouvez-vous dessiner une figure dont le périmètre mesure $(3\pi + 8)$ centimètres ?
- Sauriez-vous en construire une dont l'aire vaut $5\pi \text{ cm}^2$?
- Enfin, pourriez-vous réunir ces deux conditions sur une seule et même figure ?

5- Partage de segment

Dans un ouvrage de géométrie pratique datant de 1841, on peut lire :

"Que faut-il faire pour diviser une droite en autant de parties égales que l'on veut, par exemple en cinq parties ?"

"Tirer une droite indéfinie AB, marquer autant de parties égales, prises arbitrairement, que la question l'exige; prendre leur longueur AB et de cette ouverture de compas et des points A et B, décrire des arcs qui se coupent en D; joindre par des droites D à tous les points de section de la ligne AB; prendre ensuite la longueur de la ligne donnée et la porter de D en G et de D en H, et joindre les points G et H; les segments de cette dernière ligne sont égaux au cinquième de la droite donnée."



N.B.: Pour les auteurs anciens, "ligne", ou "droite", désigne ce que nous nommons segment de droite, alors qu'une droite actuelle est désignée par "droite indéfinie".

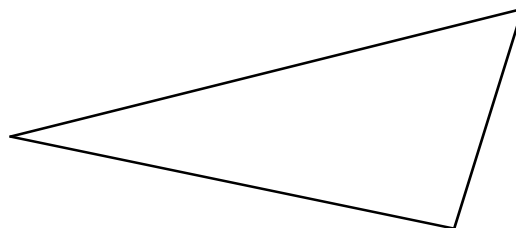
D'après un article paru dans la revue Plot n°108

En reprenant cette méthode, partagez un segment donné de 10 centimètres en 7 parties égales. Vous justifierez que cette méthode répond bien au problème posé.

6- Instrument original

On dispose, comme unique outil de construction, d'un triangle gabarit.

Il s'agit d'un triangle cartonné que l'on pourra reproduire à l'aide du modèle ci-dessous.



Avec cet unique instrument, sauriez-vous tracer une hauteur dans un triangle ABC quelconque ? Vous détaillerez les constructions sur la fiche réponse en présentant les différentes étapes sur les dessins proposés, à la manière d'une bande dessinée.

7- Jeu du cube

Julien a inventé un nouveau jeu qu'il a baptisé "le jeu du cube".

Pour jouer, il faut :

- un cube dont les arêtes mesurent un centimètre exactement,
- une grande feuille blanche posée sur une table, sur laquelle sont marqués deux points A et B.

En voici les règles :

- au départ, il faut faire coïncider l'un des sommets du cube avec le point A,
- le cube, posé sur la table, peut pivoter de 90° autour d'une de ses arêtes,
- on fait pivoter le cube un certain nombre de fois, en restant toujours en contact avec la table par une face ou par une arête,
- le trajet sera terminé si l'un des sommets du cube coïncide avec B.

Julien a préparé trois feuilles blanches avec les trois cas suivants :

1- $AB = \sqrt{49}$

2- $AB = \sqrt{29}$

3- $AB = \sqrt{23}$

L'unité est le centimètre.

Sauriez-vous jouer ?

Dans les trois cas, vous dessinerez, quand il existe, un trajet possible du cube pour aller de A à B.

Si ce n'est pas possible, expliquez pourquoi.

8- Somme de nombres

On considère les cinq chiffres 1, 2, 3, 4 et 5.

Calculer la somme de tous les nombres à cinq chiffres que l'on peut écrire avec ces cinq chiffres sans répétition.

9- Mouche en boîte

On étudie la trajectoire d'une mouche à l'intérieur d'une boîte vitrée.

La mouche part d'un coin A de la boîte vers un autre coin B, avec un changement de direction en un point M.

Sa trajectoire est rectiligne de A vers M, puis de M vers B.

On a représenté, sur la feuille ci-jointe, la boîte en perspective cavalière, et placé les points N et T qui sont les projections orthogonales du point M respectivement sur la face supérieure et sur la face de droite de la boîte.

On obtient donc une droite (MN) perpendiculaire à la face (ABCD) et une droite (MT) perpendiculaire à la face (AEFB).

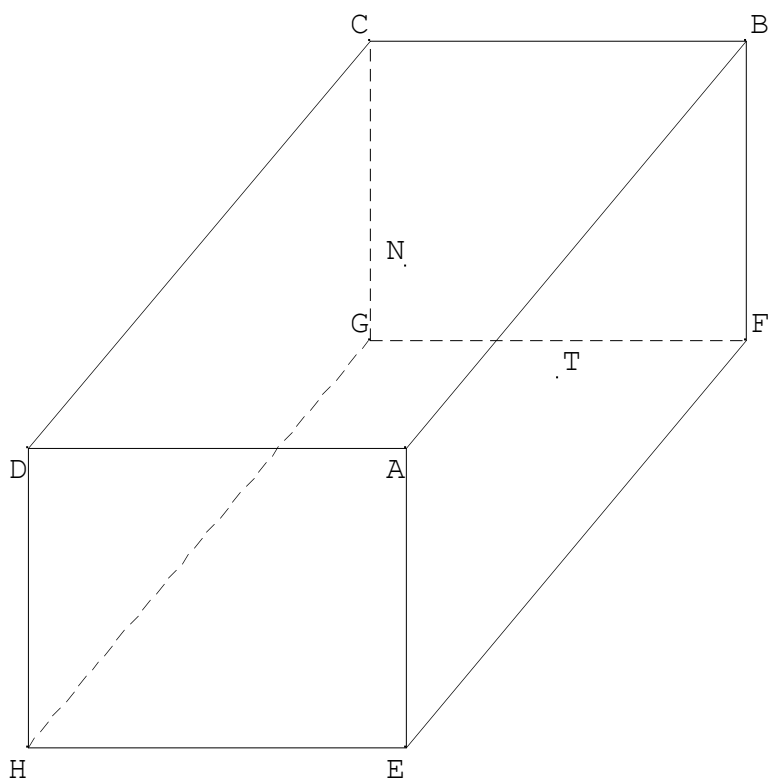
On a représenté également en vraie grandeur ces deux faces et replacé les points N et T.

- 1- Placez le point M sur le dessin en perspective cavalière (la feuille suivante fait office de feuille réponse).
- 2- Dessinez, au verso de la feuille réponse, en vraie grandeur, la trajectoire de la mouche (triangle AMB).

Classe et établissement :

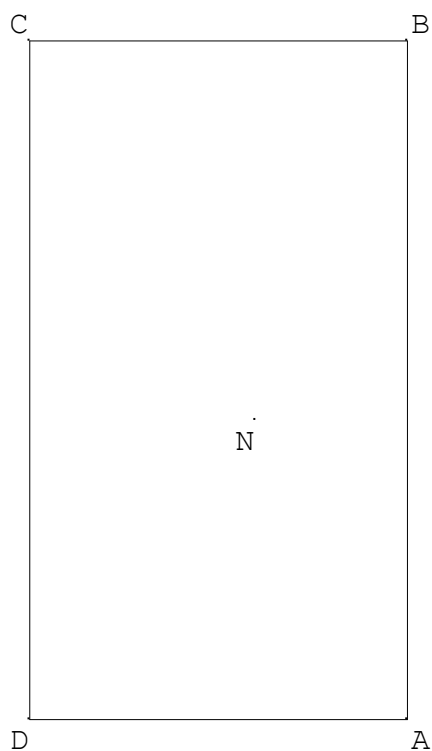
Rallye mathématique : suite de l'exercice n°9 (fiche réponse)

Voici la perspective cavalière (où vous placerez le point M) :

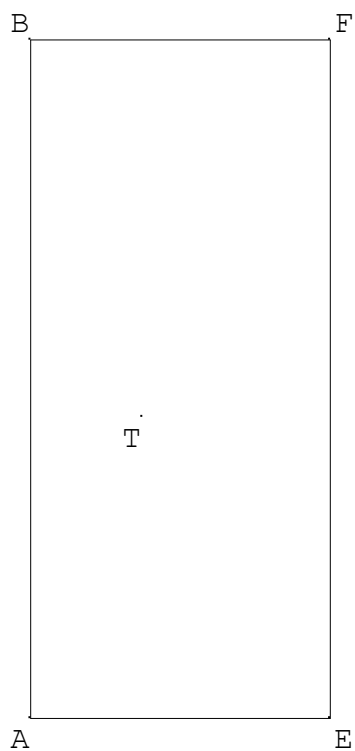


Voici les vues de dessus et de droite en vraie grandeur :

face de dessus :



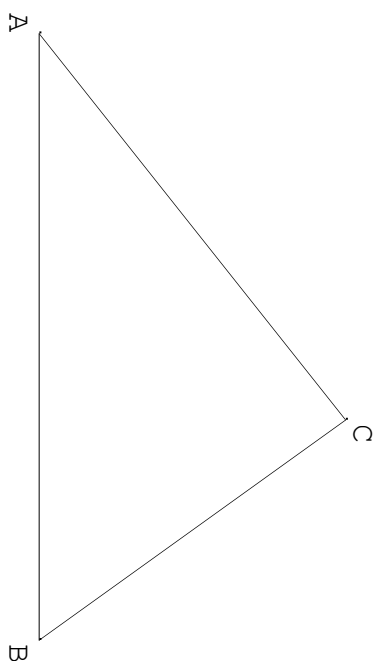
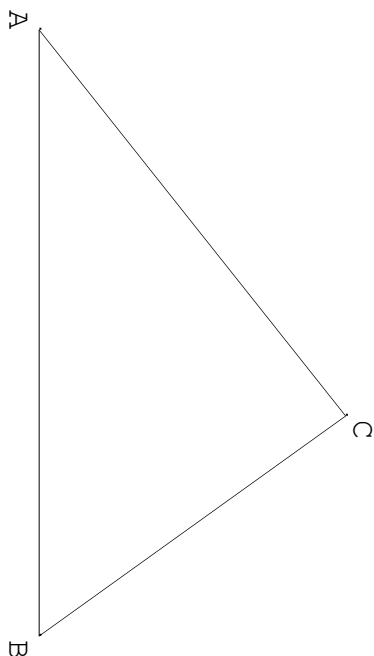
face de droite :



Classe et établissement :

Rallye mathématique : fiche réponse de l'exercice 6

2 triangles vous sont proposés, vous pouvez en reproduire d'autres, identiques, si cela est nécessaire.



Classe et établissement :

Rallye mathématique : feuille réponse de l'exercice 7

Cas $AB = \sqrt{49}$:

.B

.
A

Cas $AB = \sqrt{29}$:

.B

.
A

Cas $AB = \sqrt{23}$:

.
A

.B