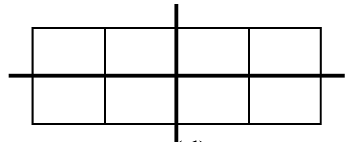
Voici mis bout à bout des éléments de solution que vous pouvez retrouver sur le site dans les différentes épreuves déjà publiées.

1- Symétries

Les chiffres utilisés

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

a. Les symétries axiales utilisées : $S_{(d)}$ et $S_{(\Delta)}$



(Δ)

(d)

b. Parmi les chiffres utilisés 0 1 2 5 8 sont les seuls qui soient transformés en un chiffre utilisé par la symétrie d'axe (d).

c. Les nombres à quatre chiffres ayant un axe de symétrie (d) sont :

1001 1111 1251 1881 1521

2005 2115 2255 2885 2525

5112 5252 5522 5882 5002

8008 8118 8258 8528 8888

d. Parmi les chiffres utilisés 0 1 2 3 5 8 sont les seuls qui sont transformés en un chiffre utilisé par la symétrie d'axe Δ.

e. Les chiffres utilisés 0 1 8 sont les seuls qui ont pour axe de symétrie (d) et Δ

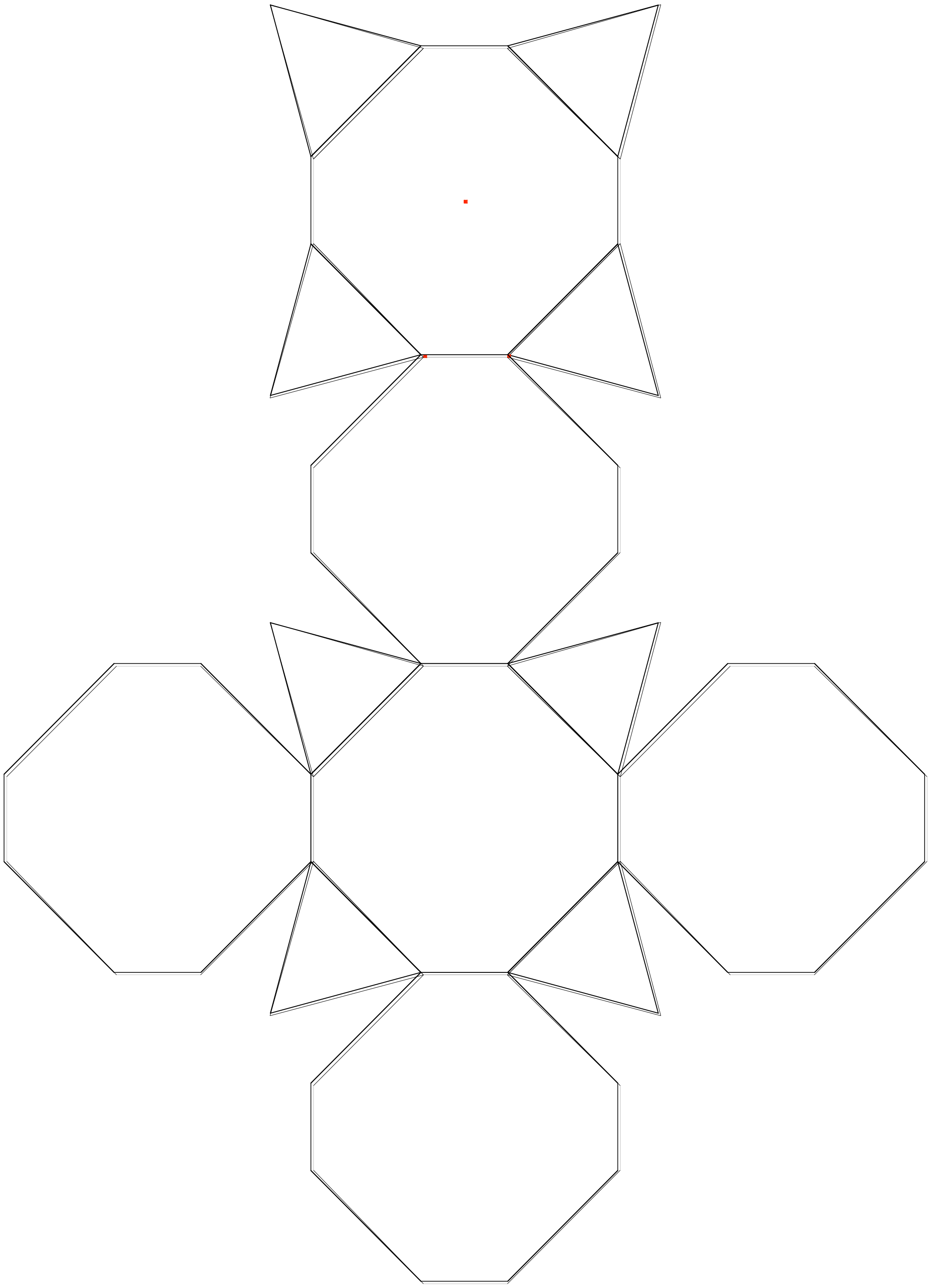
<u>Conclusion</u> : les 6 nombres entiers de 4 chiffres possédant deux axes de symétrie sont :

1001 1111 1881

8008 8118 8888

2- Le cube tronqué

Le développement demandé comporte 6 octogones et 8 triangles équilatéraux.
Voici une solution pour les disposer.



3- Entraînement de tennis

Soit x le nombre de minutes de fonctionnement à la vitesse de 5 balles par minute, y le nombre de minutes de fonctionnement à la vitesse de 7 balles par minute.

Les conditions de l'énoncé permettent d'écrire : $5x + 7y = 170$

Soit $5x = 170 – 7y$, y est un multiple de 5

y	0	5	10	15	20	25
x	34	27	20	13	6	$\cancel{-5}$
Durée en mn	34	32	30	28	26	

Philippe a cinq possibilités.

4- Demi-journée de sport

1) Oui, un élève peut être sélectionné à la fois comme basketteur et comme cavalier.

   Exemple : s'il mesure 170 cm et que :

   - dans sa ligne on trouve les tailles 169, 168, 165 : il sera le plus grand de la ligne.

- dans sa colonne, on trouve les tailles 171, 173, 175, 180 et 185 : il sera le plus petit de la colonne.

2) Non, un cavalier ne peut pas être plus grand qu'un basketteur.

   Quel que soit le cavalier considéré :

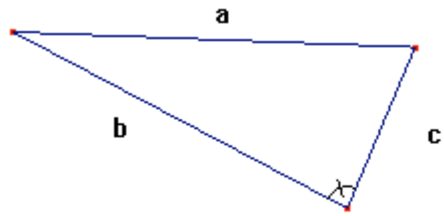
   - ce cavalier est plus petit que le basketteur de sa ligne ou il est le basketteur de sa ligne, mais il ne peut pas être plus grand que le basketteur de sa ligne.

   - ce cavalier est plus petit que les cinq autres individus de sa colonne qui sont eux-mêmes soit les basketteurs de leur ligne soit plus petits que les basketteurs de leur ligne. Donc ce cavalier est nécessairement plus petit que les basketteurs des cinq autres lignes.

   En conclusion : le cavalier est, soit plus petit que les six basketteurs, soit, au mieux, il est le basketteur de sa ligne.

   On en déduit qu’il ne peut être plus grand qu’un basketteur.

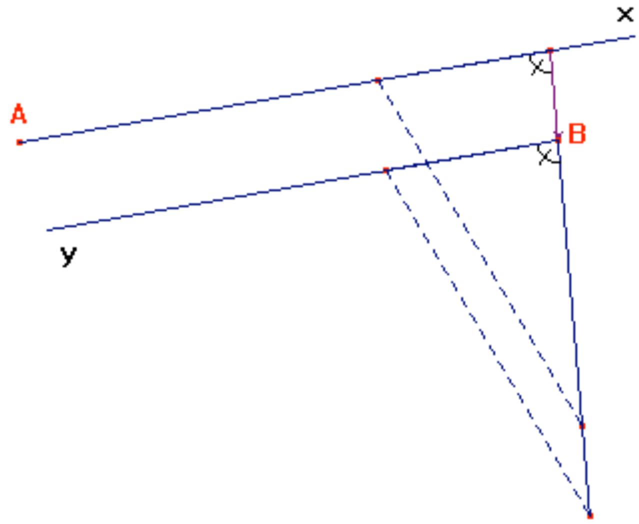
6- Instrument original : le retour !



c < b < a

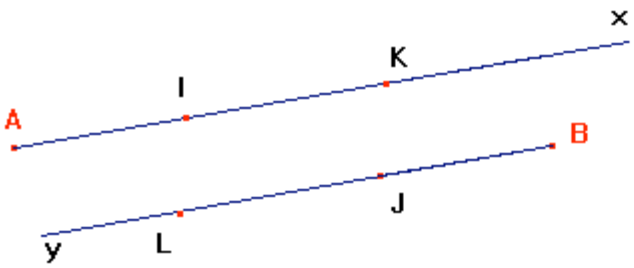
a < AB < 2a

Le triangle gabarit permet de tracer des segments, des droites.



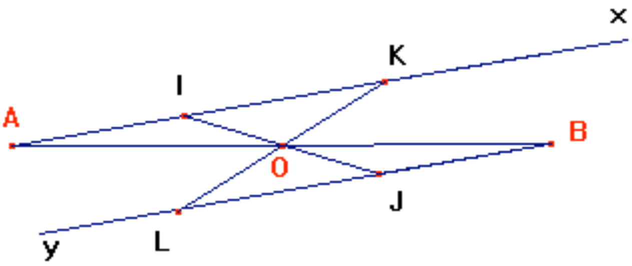
- Tracer une demi-droite [Ax).
- Tracer une demi-droite [By) parallèle à [Ax) et de sens contraire.

→ *Elles sont symétriques par rapport au milieu O de [AB]*



- Placer I sur [Ax) et J sur [By) tel que AI = BJ = c
→ *I et J sont symétriques par rapport à O*

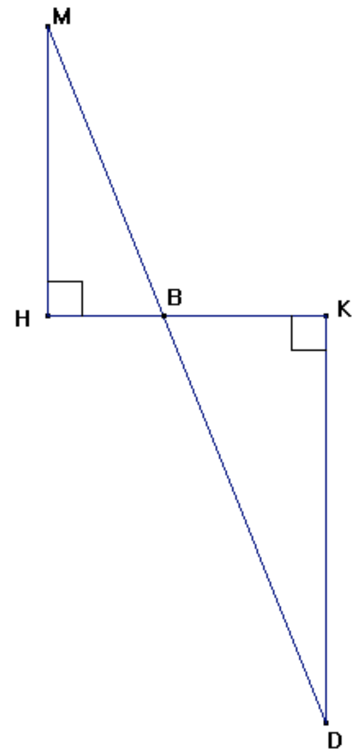
- Placer K sur [Ax) et L sur [By) tel que AK = BL = b
→ *K et L sont symétriques par rapport à O*



- Joindre I et J puis K et L.
[IJ] et [KL] se coupent en O milieu de [AB].

- Joindre A et O puis B et O.

8- Rallye randonnée



La mise à plat des deux pentes permet de repérer la position de B pour que le chemin soit le plus court.

Le trajet le plus court correspond au segment [MD] qui coupe (HK) en B.

(HM) // (DK)

La situation de Thalès nous permet d'écrire :

$$\frac{HM}{KD} = \frac{BH}{BK} \quad \text{soit} \quad \frac{6}{9} = \frac{5 - BK}{BK}$$

D'où **BK = 3**.

Une figure, à l'échelle, permet une vérification.

8- Somme de nombres

Soit les chiffres 1, 2, 3, 4, 5. On forme des nombres à cinq chiffres avec ces cinq chiffres. Il existe 120 nombres à cinq chiffres distincts deux à deux.

Imaginons ces nombres écrits l'un en dessous de l'autre.

Effectuons la somme des unités, des dizaines, des centaines, des unités de mille et des dix milles

Chaque colonne est composée globalement des mêmes chiffres.

Somme des unités : cette colonne est rangée de telle sorte que le chiffre des unités soit respectivement 1, 2, 3, 4, 5.

Si le chiffre des unités est 1, on a 24 possibilités de placer 2, 3, 4, 5

Si le chiffre des unités est 2, on a 24 possibilités de placer les autres chiffres, de même pour 3, 4, 5.

La somme des unités est $24\times1 + 24\times2 + 24\times3 + 24\times4 + 24\times5$ soit 360

Somme des dizaines : en organisant les nombres d'une façon analogue, la somme de chiffres des dizaines est 360.

De même, la somme de chiffres des centaines est 360.

la somme de chiffres des unités de mille est 360.

la somme de chiffres des dix milles est 360.

Le nombre cherché est donc $360\times(10^4 + 10^3 + 10^2 + 10 + 1)$

La somme de tous les nombres à cinq chiffres respectant la règle est 3 999 960.

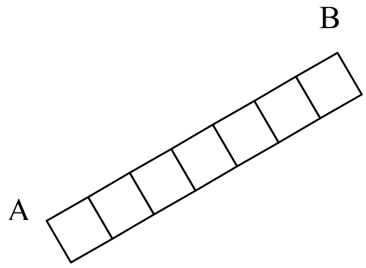
7- Jeu du cube

Le cube de un centimètre d'arête, lorsqu'il pivote autour de ses arêtes, laisse sur la table la trace d'un quadrillage.

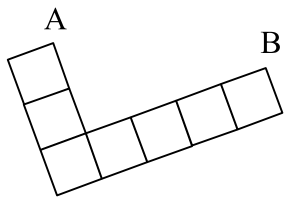
A est un sommet de ce quadrillage.

La position finale est réalisée si et seulement si B est un nœud du quadrillage.

* AB = $\sqrt{49}$ AB = 7



* AB = $\sqrt{29}$ 29 = 25 + 4. A et B sont les sommets d'un triangle rectangle ABC rectangle en C.



* AB = $\sqrt{23}$. Est-ce que 23 est la somme de deux carrés entiers ? 23 = $x^2 + y^2$

x	x^2	$23 - x^2$	y entier ?
0	0	23	non
1	1	22	non
2	4	19	non
3	9	14	non
4	16	7	non

Le problème posé n'a pas de solution.

9- <u>L'ombre d'un cube</u>

Solution

périmètre cherché :

constructions :