

**RALLYE MATHÉMATIQUE DE FRANCHE-COMTÉ**  
**Épreuve de la finale du lundi 6 avril 2009**

Les classes de Troisième doivent résoudre les problèmes 1 à 6.  
 Les classes de Seconde doivent résoudre les problèmes 4 à 9.  
 La classe doit rendre une seule réponse par problème traité **en expliquant la démarche**.

**1 – Les lots**

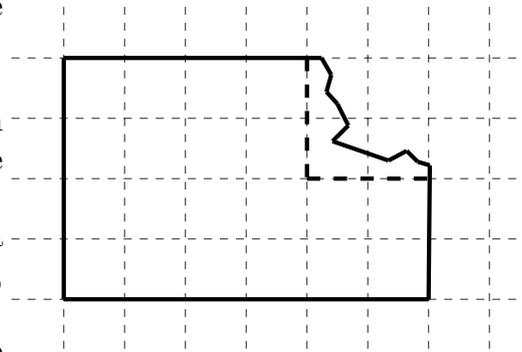
Une association achète 72 lots identiques pour récompenser les gagnants d'une tombola. Sur la note du commerçant, deux chiffres ont été effacés et on peut seulement lire \*67,9\* €. Les \* représentent les chiffres effacés qui peuvent être différents.  
**Quels sont les chiffres disparus ? Justifiez votre démarche.**

**2 – La table en chêne**

Dans le jardin de son château, le Comte Sursédoi possède une grande table rectangulaire dont le plateau en chêne mesure deux mètres sur trois.

Malheureusement, un coin de ce plateau a été brisé. Appelé par le Comte, Monsieur Répartou a scié dans le coin abîmé un carré d'un mètre de côté ainsi que le montre la figure ci-contre.

Ce morceau ayant été jeté, Monsieur Répartou propose alors à Monsieur le Comte de scier le plateau en quelques morceaux, puis de les recoller afin d'obtenir une nouvelle table. Monsieur le Comte lui demande alors s'il peut réaliser une table carrée.



**En découpant le plateau en un minimum de morceaux, proposez un découpage (par des segments de droite uniquement) de façon à pouvoir reconstituer un plateau carré par collage.**

**3 – Patron, un antiprisme**

Sur un cube en bois de trois centimètres d'arête, Paul trace six diagonales de carrés, comme l'indique une perspective cavalière de ce cube (Figure 1).

Il coupe le cube suivant le plan (AFH), puis suivant le plan (BDG). Il obtient trois solides, deux tétraèdres (Figure 2 et Figure 4) et le cube tronqué, appelé **antiprisme** (Figure 3).

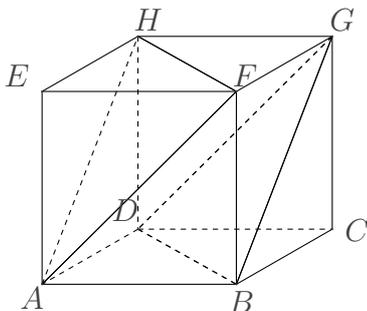


Figure 1

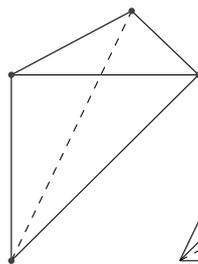


Figure 2

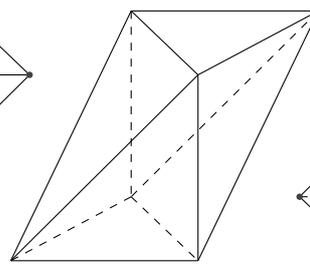


Figure 3

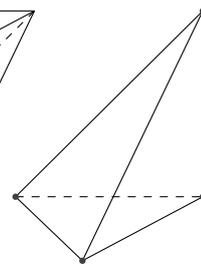


Figure 4

**Réalisez, en vraie grandeur, un patron de l'antiprisme et un patron d'un tétraèdre.**

## 4 – Croix dans un carré

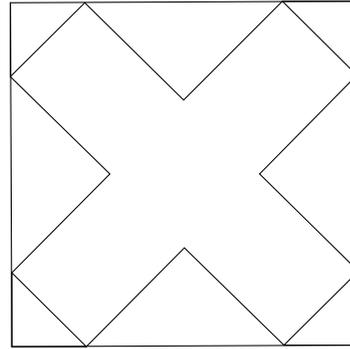
Dans un carré est inscrite une croix comme l'indique la figure ci-contre.

Les quatre axes de symétrie du carré sont également les axes de symétrie de la croix.

Les côtés de la croix sont deux à deux perpendiculaires ou parallèles.

**Construisez une telle croix dans un carré de côté 6 cm sachant que l'aire de la croix doit être égale à la moitié de l'aire du carré.**

**Justifiez votre démarche.**



## 5 – La combinaison

Lors d'un jeu de piste, une des épreuves consistait à deviner le nombre clé permettant l'entrée de la salle du trésor.

Ce nombre clé est un entier à 4 chiffres que nous appellerons  $N$ .

Marius et Olive ont obtenu cinq indices en résolvant les énigmes précédentes :

- Indice 1 :  $N$  s'écrit à l'aide de deux chiffres différents, chacun de ces chiffres apparaissant deux fois.
- Indice 2 : Le chiffre des milliers de  $N$  est supérieur ou égal à 3.
- Indice 3 :  $N$  est un multiple de 5.
- Indice 4 :  $N$  est un multiple de 3.
- Indice 5 :  $N$  est un multiple de 7.

Marius et Olive sont enfin arrivés devant la salle du trésor. Ils n'ont droit qu'à un seul essai pour que la porte s'ouvre.

**Quel nombre clé leur permettra d'accéder au trésor ? Justifiez votre démarche.**

## 6 – Dé premier et dé double

Primus et Doblus sont deux citoyens romains qui passent le plus clair de leur temps à jouer.

Chacun d'eux a inventé un dé cubique à six faces numérotées de façon inhabituelle :

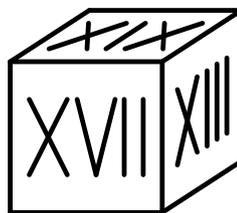
celui de Primus a pour numéros les nombres premiers consécutifs à partir de 13, alors que celui de Doblus a pour numéros les nombres pairs consécutifs à partir de 16.

Une partie acharnée s'engage :

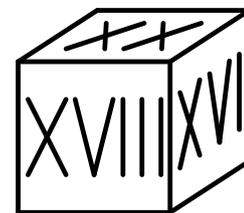
à chaque lancer, celui qui obtient le plus petit nombre doit donner un sesterce à son adversaire.

Chacun d'eux est persuadé que son dé est plus performant que celui de l'autre.

**Déterminez si l'un des joueurs a plus de chance de s'enrichir.**



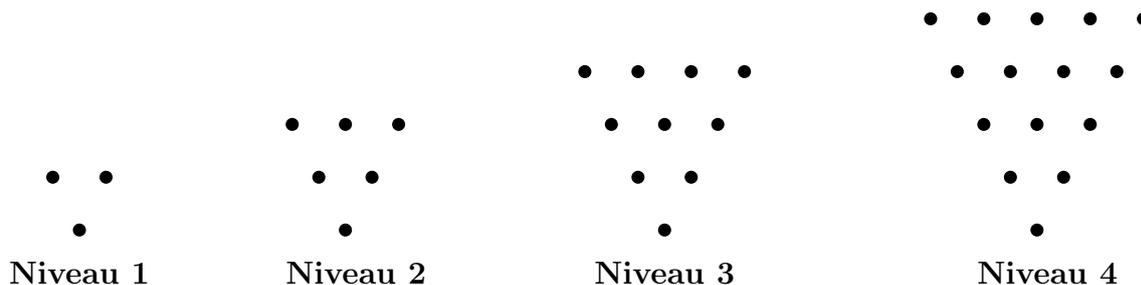
*dé de Primus*



*dé de Doblus*

## 7 – Strike !

Willem est passionné de jeux vidéo. Sur la toute dernière console à la mode, il est devenu expert au bowling. A chaque niveau, le nombre de quilles à abattre augmente.



Après avoir joué pendant des heures durant, il s'endort épuisé et rêve...

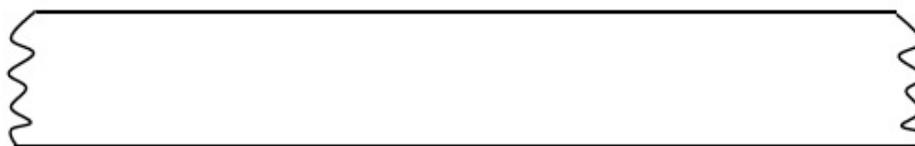
« Du jamais vu dans l'univers, le précédent record de 10 011 quilles abattues au 140<sup>e</sup> niveau vient d'être battu ! Willem vient de réussir le 150<sup>e</sup> niveau... »

**Combien de quilles aurait-il fait tomber au 150<sup>e</sup> niveau pour réaliser son rêve ? Justifiez votre démarche.**

## 8 – Octogone régulier

En utilisant uniquement une règle à bords parallèles et un crayon, Eric et Julie peuvent tracer des segments de droites, des segments de droites parallèles, des losanges, des droites perpendiculaires, des carrés et bien d'autres figures géométriques simples.....

Voici le modèle de règle utilisé par Eric et Julie.



*Cette règle ne peut être pliée et il est impossible d'écrire dessus.*

**Tracez-la sur une feuille cartonnée et découpez-la.**

**Montrez comment ils ont fait pour construire deux droites perpendiculaires.**

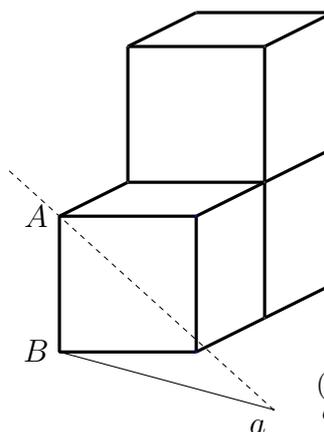
Aujourd'hui, ils décident de construire un octogone régulier.

**Construisez-le en donnant les différentes étapes.**

## 9 – Ombre

Un presse papier est composé de trois cubes, de mêmes dimensions, collés deux à deux comme l'indique le dessin. Ce solide posé sur une table est éclairé par les rayons du soleil. Clara observe l'ombre du presse papier et décide de la dessiner. Dérangée par son petit frère, elle a juste le temps de dessiner l'ombre d'une arête verticale.

**Tracez, sur la fiche, l'ombre de ce solide à partir des données de Clara. Expliquez les différentes étapes de votre tracé.**



(Aa) est la direction des rayons du soleil

[Ba] : ombre de [BA]

Établissement :	Ville :
Nom du professeur de mathématiques :	Classe : <i>Effectif de la classe :</i>

**Fiche réponse du problème n°**

Établissement :	Ville :
Nom du professeur de mathématiques :	Classe : <i>Effectif de la classe :</i>

**Fiche réponse du problème n° 9**

