

RALLYE MATHÉMATIQUE DE FRANCHE-COMTÉ
Épreuve de qualifications du 22 janvier 2009

Les classes de Troisième doivent résoudre les problèmes 1 à 6.

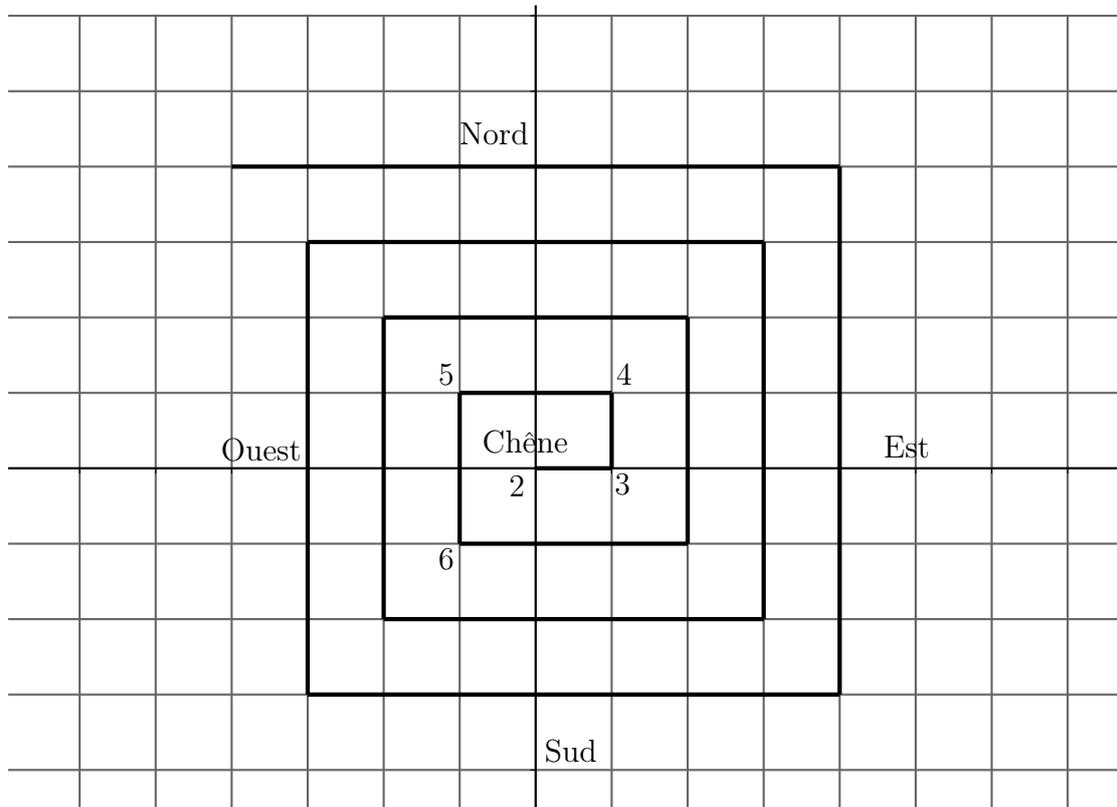
Les classes de Seconde doivent résoudre les problèmes 4 à 9.

La classe doit rendre une seule réponse par problème traité **en expliquant la démarche**.

1 – Le fol écureuil

Un écureuil rigoureux et courageux décide d'enterrer sa récolte de noisettes de façon logique. Ainsi, au cœur de l'hiver, quand la neige aura modifié le paysage, il saura retrouver rapidement son butin.

Au pied du plus grand chêne de la forêt, il dépose 2 noisettes, puis se dirige à l'est sur 1 mètre et dépose 3 noisettes. Il prend ensuite la direction du nord sur 1 mètre et dépose 4 noisettes, celle de l'ouest sur 2 mètres et dépose 5 noisettes et celle du sud sur 2 mètres et dépose 6 noisettes et ainsi de suite en tournant autour du grand chêne comme l'indique la spirale ci-dessous.



Se sachant très gourmand, il s'assure une grosse récolte à l'automne.

La neige tombée, l'écureuil souhaite retrouver le plus rapidement possible l'endroit où il a caché **15** noisettes.

Calculez la plus courte distance à parcourir (en valeur exacte et en valeur approchée au mètre près).

Et s'il voulait retrouver l'endroit où il aurait caché 2009 noisettes, quelle serait la distance du plus court chemin à partir du grand chêne ?

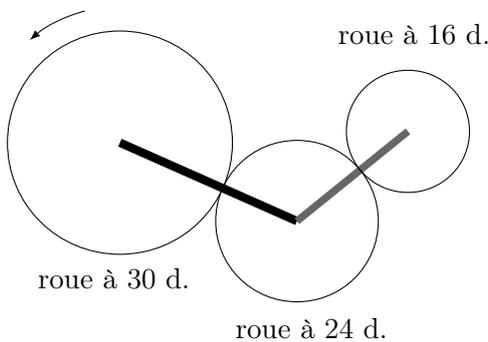
Vous détaillerez le plus possible votre démarche.

2 – Engrenage

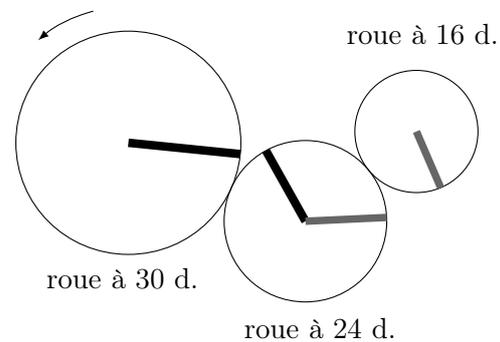
Un jeu d'engrenage est composé de 3 roues dentées :
L'une de 30 dents, une autre de 24 dents et enfin
une de 16 dents.



Au départ, les trois roues sont représentées par
le schéma suivant, sur lequel on a fait figurer
4 rayons.



Plus tard, les roues sont dans la position
ci-dessous.



**En combien de tours par minute la roue de 30 dents doit-elle tourner pour retrouver la figure de départ toutes les 30 secondes exactement ?
Expliquez votre démarche.**

3 – Derby

Antoine, Bernard et Chris, fervents supporters du Racing, sortent du stade de football où ils ont assisté au derby entre le Racing et l'Olympique. Ils rencontrent Julien, autre supporter du club qui n'a pas pu assister au match. Julien demande le résultat, le score, les buteurs ...

- Le Racing a gagné, mais l'Olympique a marqué le premier, dit Antoine
- Le Racing a marqué le premier but et a gagné le match, affirme Bernard
- C'est l'Olympique qui a gagné et il y a eu 3 buts au total, commente Chris.

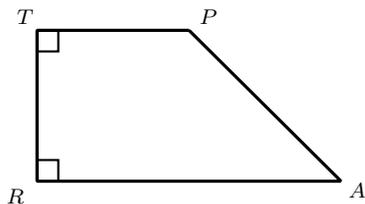
Julien sait que chacun de ses trois amis a soit énoncé deux vérités, soit proféré deux mensonges.

Donnez le score final du match, en expliquant votre démarche.

4 – Partage d'un trapèze

$TRAP$ est un trapèze rectangle tel que $TP = TR$ et $RA = 2 \times TR$.

**Comment faire pour partager ce trapèze en quatre polygones de même aire ?
Proposez, au moins, deux solutions.**



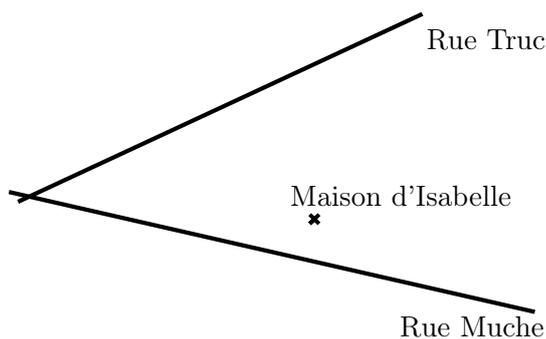
Vous répondrez sur la feuille en annexe.

5 – Les rues Truc et Muche

Dans le village d'Isabelle, les rues Truc et Muche sont sécantes. Isabelle a de la chance, elle habite exactement au milieu d'une troisième rue tout droite reliant son collège à son gymnase. Le gymnase est dans la rue Truc et le collège est dans la rue Muche.

Le dessin ci-dessous donne la position des deux rues et celle la maison d'Isabelle.

**Construisez, avec précision, la position du collège et celle du gymnase.
Justifiez votre démarche.**



Vous répondrez sur l'extrait de plan situé en fiche annexe.

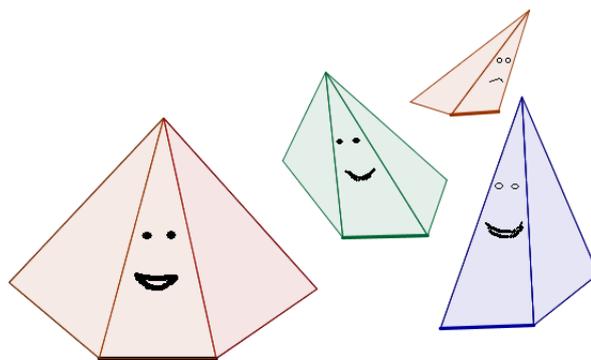
6 – Pyramides des âges

Sur la planète Mathematix, les habitants ont tous la forme d'une pyramide.

Une des arêtes de la base détermine leur âge, on l'appelle **arête d'ancienneté**.

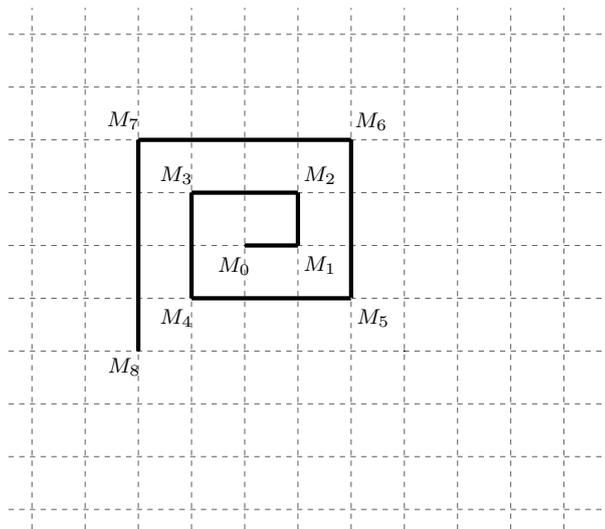
Quant à leur fortune, elle est tout simplement proportionnelle à leur volume.

Deux habitants de Mathematix ont le même âge car leur arête d'ancienneté mesure 6 centimètres. Ils disposent de la même fortune car leur volume est égal à 24 centimètres cubes. Pourtant, ils ne se ressemblent pas du tout.



**Construisez en vraie grandeur un patron possible pour chacun de ces deux habitants.
Justifiez votre démarche.**

7 – Carrés décalés



Sur un quadrillage à mailles carrées, on construit une spirale comme l'indique la figure ci-contre.

Chacun des points obtenus est repéré par ses coordonnées :

$M_0(0; 0)$, $M_1(1; 0)$, $M_2(1; 1)$...

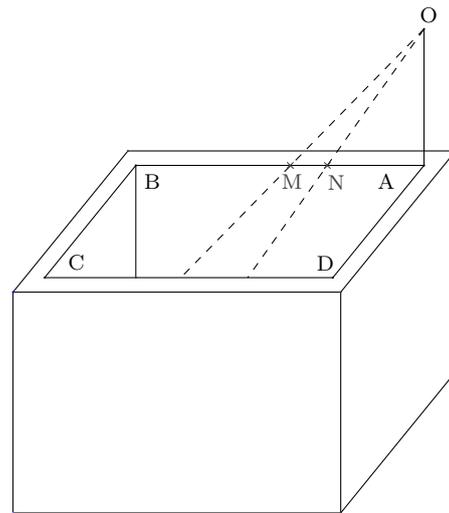
Quelles sont les coordonnées de M_{2009} ? Vous détaillerez la démarche utilisée.

8 – Consommation d'eau

Pierre et Ondine utilisent l'eau de leur puits pour arroser leur jardin. L'intérieur du puits est un pavé droit dont la face $ABCD$ est un carré de **deux mètres de côté**. Le père de Pierre et Ondine a placé **verticalement** au-dessus du point A une règle percée au point O tel que $AO = 1$ m.

Le 30 juin, Ondine repère la surface de l'eau sur la droite verticale partant du point B en plaçant son oeil au point O : sa visée coupe le bord supérieur $[AB]$ du puits au point M .

Durant tout le mois de juillet, aucune pluie ne vient alimenter le puits. Le 31 juillet, Pierre effectue la même visée que sa sœur : cette visée coupe désormais le segment $[AB]$ au point N . Les longueurs AM et AN valent respectivement 80 et 40 centimètres.



La figure ci-dessus n'est pas à l'échelle

Déterminez le volume d'eau du puits consommé durant le mois de juillet.

9 – L'ouvre-porte

Le code de l'ouvre-porte de l'immeuble est un nombre premier p à 3 chiffres différents.

La somme des chiffres de p est un nombre premier q à deux chiffres.

La somme des chiffres de q est un nombre premier r à un chiffre.

On ajoute l'hypothèse que les trois chiffres de p sont écrits dans l'ordre croissant.

Etes-vous en mesure de rentrer dans l'immeuble au premier essai ?

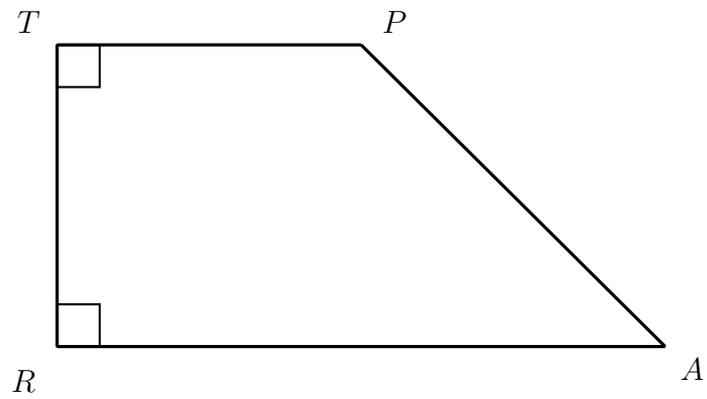
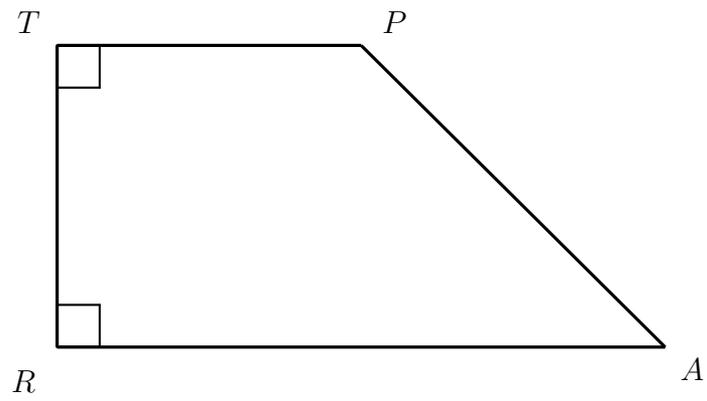
Justifiez votre démarche.

Établissement :	Ville :
Nom du professeur de mathématiques :	Classe : <i>Effectif de la classe :</i>

Fiche réponse du problème n°

Établissement :	Ville :
Nom du professeur de mathématiques :	Classe : <i>Effectif de la classe :</i>

Fiche réponse du problème n° 4



Établissement :	Ville :
Nom du professeur de mathématiques :	Classe : <i>Effectif de la classe :</i>

Fiche réponse du problème n° 5

Ce schéma est un extrait du plan.

