

RALLYE MATHÉMATIQUE DE FRANCHE-COMTÉ
Épreuve de qualifications du mardi 10 janvier 2012

Les classes de Troisième doivent résoudre les problèmes 1 à 6.

Les classes de Seconde doivent résoudre les problèmes 4 à 9.

La classe doit rendre une seule réponse par problème traité **en expliquant la démarche**.

1 – Les bougies

Maman Gripsou a acheté dix bougies « chiffres ». Comme elle est économe, elle a décidé d'utiliser chaque bougie plusieurs fois. Ainsi, à chaque anniversaire, on souffle les bougies du gâteau le plus vite possible afin qu'elles ne raccourcissent pas trop. Maman Gripsou a constaté que chaque bougie ne s'usait que d'un millimètre par anniversaire. Grâce à cet achat, elle a pu fêter trois fois l'anniversaire de son mari, trois fois celui de leur fils unique et trois fois le sien.

La bougie « 3 », la plus usée, a perdu 7 mm.

La « 1 » et la « 5 » ont diminué de 3 mm.

La « 4 » et la « 6 » sont plus courtes de 2 mm et la « 7 » de 1 mm.

Quant aux autres, elles sont encore neuves.

Le prochain anniversaire est celui de son fils et elle n'utilisera pas de nouvelle bougie.

Quelle(s) bougie(s) utilisera-t-elle ?

Expliquez votre démarche.



2 – Le marché péruvien

Au Pérou, dans les années 1980, la crise économique avait provoqué une hyperinflation (hausse très rapide des prix).

Une des conséquences fut le retour du troc dans certaines régions rurales du pays.

Manuel produit du maïs qu'il stocke dans des sacs de jute de 20 kg. Pour le prochain mariage de sa fille Mafalda, il souhaite acquérir huit poulets, trois chevreaux et deux porcelets.

Au marché de la ville voisine, trois poulets s'échangent contre 20 kg de maïs, trois chevreaux s'échangent contre cinq poulets et 19 kg de maïs. Enfin, il faut deux chevreaux et deux poulets pour obtenir un porcelet.

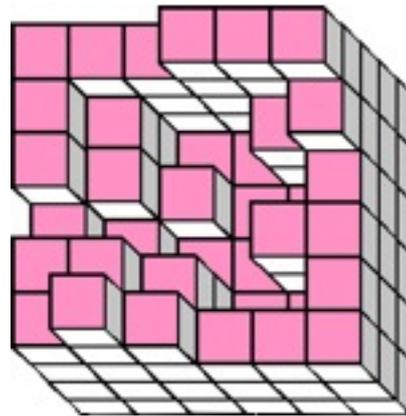
Quel nombre minimal de sacs de maïs Manuel devra-t-il emmener au marché ?

Expliquez votre démarche.

3 – Cube incomplet

Elsa possède dans son jeu des petits cubes de même dimension. Avec ses petits cubes, elle commence à construire un grand cube. Son frère prend une photo du cube en cours de réalisation (photo ci-contre).

Combien de cubes manque-t-il pour reconstituer le «grand» cube ?

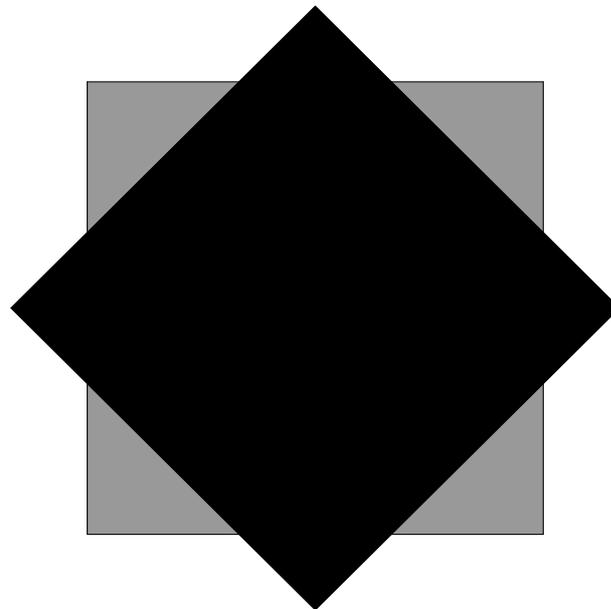


4 – Les carrés

Le jeu de Charly contient des carrés gris et des carrés noirs.

On peut poser un carré noir sur un carré gris de manière à ce que les côtés du carré noir partagent les côtés du carré gris en trois segments de même longueur.

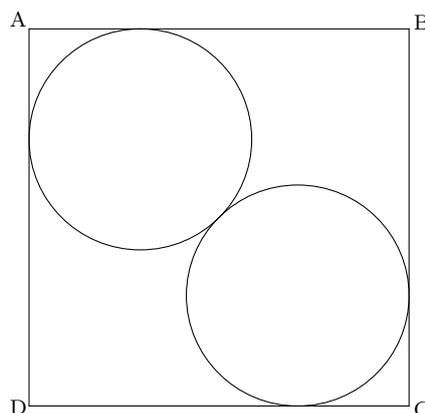
**Un des carrés est-il plus grand que l'autre ?
Si oui, quel est le rapport entre les deux aires de ces carrés ?
Expliquez votre démarche.**



5 – Cercles tangents

Dans un carré de 10 cm de côté, on trace deux cercles de même rayon tangents entre eux et tangents aux côtés du carré.

Calculer le rayon des cercles en expliquant votre démarche.



6 – Partage

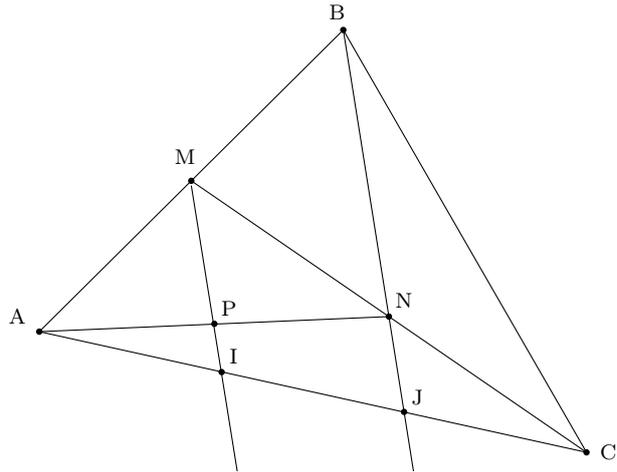
Nathan doit rendre son devoir de mathématiques après-demain et il n'a toujours pas trouvé la solution de l'exercice suivant :

« ABC est un triangle dont le côté [AB] est partagé en quatre segments de même longueur. Donner un programme de construction permettant, sans effectuer de mesure, de partager le côté [AC] en cinq segments de même longueur et réaliser cette construction.»

Il décide alors de chercher des idées sur Internet et trouve sur un forum la construction suivante :

« ABC est un triangle dont le côté [AB] est partagé en deux segments de même longueur. Pour partager le côté [AC] en trois segments de même longueur, il suffit de :

- Nommer M le milieu de [AB].
- Tracer [MC] et construire son milieu N.
- Tracer [AN] et construire son milieu P.
- Les droites (MP) et (BN) coupent [AC] respectivement en I et J.



Les points I et J partagent alors le côté [AC] en trois segments de même longueur.»

Curieux et prudent, Nathan décide de vérifier que la construction proposée est valable et il réussit à démontrer le résultat annoncé. Et comme il n'a pas d'autres pistes, il décide d'adapter cette méthode à son problème. Après quelques essais, il trouve une solution et rédige son programme de construction.

A vous maintenant !

Démontrez le résultat annoncé sur Internet et proposez une réponse au devoir de Nathan.

7 – La carte de crédit

Mamy a offert une journée à Londres à ses trois petites-filles Emilie, Julie et Mélanie. Elle leur a fourni les trois billets de train.

Elle a également confié sa carte de crédit à l'aînée Emilie. Pour éviter les disputes et partager les responsabilités, c'est à Julie et Mélanie qu'elle a confié le code à 4 chiffres de la carte de crédit.

Mamy a donné les indications suivantes à Julie et Mélanie :

- Julie sait que si on divise le nombre à 4 chiffres par 11 ou 13, on obtient, dans les deux cas, un reste de 2.
- Mélanie sait que si on divise le nombre à 4 chiffres par 9 ou 17, on obtient, dans les deux cas, un reste de 1.

Aidez Julie et Mélanie à déterminer le code. Expliquez votre démarche.

8 – Top 14

Xavier, professeur de mathématiques, est aussi entraîneur du club de rugby de son village.

Dans la soirée, le journaliste local qui n'a pas assisté au match lui téléphone pour connaître le score de la rencontre.

Xavier, encore contrarié par la défaite de son équipe, lui fait la réponse suivante :

« Nous avons ouvert le score par une pénalité à 3 points, mais à la fin du match, nous étions menés et la différence des carrés des points des deux équipes valait exactement 60 ».

Le lendemain matin, Xavier découvre le score exact dans le journal. Il rappelle alors le journaliste en lui demandant d'excuser son manque de fair-play de la veille et en le félicitant pour ses compétences mathématiques.

Quel était le résultat de ce match ? Expliquez votre démarche.

9 – Le bouchon

A l'approche du tunnel du Gothard, les voitures sont à l'arrêt dans un bouchon. Marina remarque que son voisin de palier, Pedro, se trouve dans la file de gauche juste à son niveau. Il leur reste exactement 12 km à faire avant l'entrée du tunnel.

Ils se saluent rapidement et les deux files redémarrent.

Marina roule sur la file de droite à 40 km/h pendant 6 minutes puis s'arrête 3 minutes et continue en roulant à 40 km/h pendant 6 minutes puis s'arrête 3 minutes et ainsi de suite jusqu'à l'entrée du tunnel.

Pedro roule sur la file de gauche à 60 km/h pendant 3 minutes puis s'arrête 5 minutes et continue en roulant à 60 km/h pendant 3 minutes puis s'arrête 5 minutes et ainsi de suite jusqu'à l'entrée du tunnel.

Prenant leur mal en patience, ils ne cherchent pas à changer de file.

Combien de fois vont-ils se trouver au même niveau dans ce bouchon et lequel arrivera le premier à l'entrée du tunnel ? Expliquez votre démarche.

Établissement :	Ville :
Nom du professeur de mathématiques :	Classe : <i>Effectif de la classe :</i>

Fiche réponse du problème n°