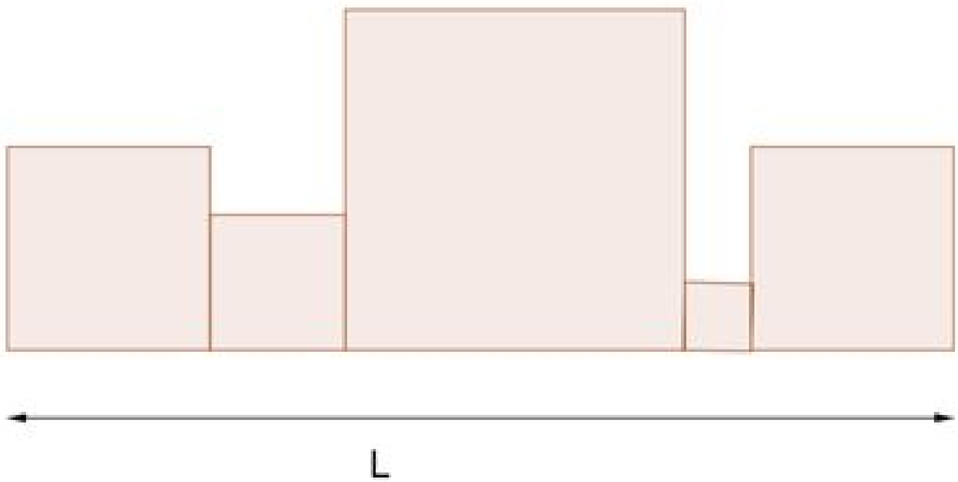
RALLYE MATHÉMATIQUE DE FRANCHE-COMTÉ 2014
Finale du mardi 1^{er} avril 2014

Les classes de Troisième doivent résoudre les problèmes 1 à 6.
Les classes de Seconde doivent résoudre les problèmes 4 à 9.
La classe doit rendre une seule réponse par problème traité **en expliquant la démarche**.

---

1 – Les carrés de Anne

Au Vietnam, Anne se promène dans des rues où les maisons sont regroupées par bloc de cinq.
Les façades de ces maisons ont toutes la forme de carrés mais il n'y a pas plus de deux façades de même dimension. La somme des aires des cinq façades vaut 243 m^2.
Anne vient de lire dans son guide que les impôts locaux sont payés en fonction de la longueur de ces blocs donnant sur la rue.



Quelles sont les dimensions des cinq façades qui correspondent aux impôts les moins chers ?

Donner deux solutions différentes.

2 – Pensée franc-comtoise

Deux mathématiciens francs-comtois, Monsieur Quatre et Monsieur Cinq, se posent des questions sur deux nombres "bien du coin" :

$$4^{25} \times 5^{90} \quad \text{et} \quad 4^{70} \times 5^{39}$$

Par combien de zéros se terminent-ils ?

Quel est leur premier chiffre non nul ?

3 – Ah, les maths

C'est sous ce titre que circule sur Internet le document ci-dessous :

Pointure de chaussures...

> > > > > > > > IMPRESSIONNANT !

Prends ta calculatrice,
mets **ta pointure de chaussures**
et multiplie par 5,
rajoute 50,
multiplie le total par 20,
rajoute 1014,
puis soustrais **ton année de naissance.**

Maintenant tu as un nombre avec 4 chiffres :
Les 2 premiers te donnent ta pointure de chaussures
Les 2 derniers te donnent l' âge que tu as (ou que tu auras) durant l'année 2014 !!!!

Expliquer le "prodige" décrit ci-dessus.

En fait, il y a au moins une personne en France pour laquelle le "truc" ci-dessus ne marche pas. **Donner l'année de naissance et la pointure d'une telle personne.**

4 – La piscine de Monsieur Lambda

A l'arrivée de l'été, Monsieur Lambda souhaite mettre en eau sa piscine.
Elle est ronde, a un diamètre de $3,50$ mètres et une hauteur de $1,20$ mètre.

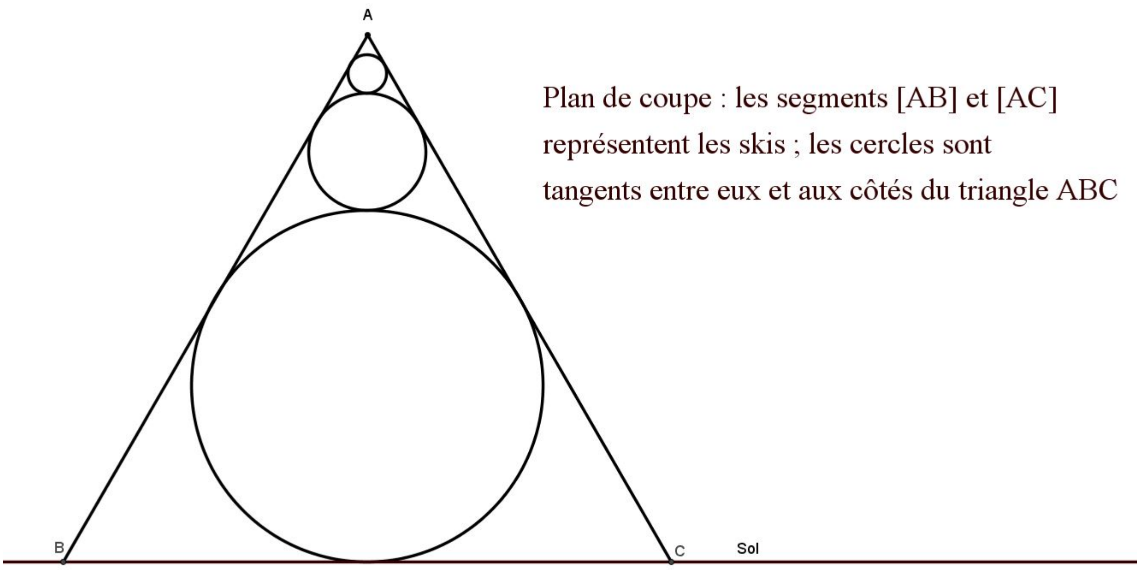
Pour la remplir, il dispose de trois tuyaux d'arrosage branchés sur trois robinets différents du même réseau.
Lorsqu'il utilise un seul tuyau, celui-ci a un débit de 12 litres en 30 secondes.
Lorsqu'il ouvre plusieurs tuyaux branchés sur le même réseau, le débit des tuyaux ouverts baisse et chaque tuyau a le même débit.
Au branchement d'un deuxième tuyau, il constate sur le premier tuyau une perte de 30% du débit précédent.
Au branchement du troisième tuyau, il constate toujours sur le premier tuyau une perte de 20% du débit précédent.
Il commence le montage à 10h. Il ne pourra commencer la mise en eau qu'une fois le montage de la structure terminé. Cela lui prend trois quarts d'heure.

A quelle heure Monsieur Lambda terminera-t-il de remplir sa piscine sachant qu'il utilise tous ses tuyaux et qu'il veut atteindre le niveau maximum autorisé qui est de 90 centimètres ?

5 – Le bonhomme de neige

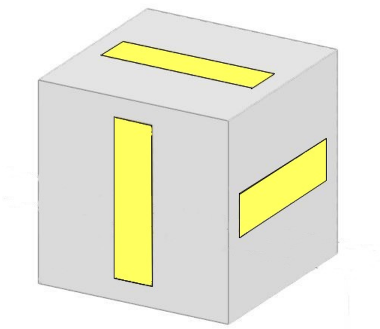
Gigi rentre du ski et trouve un "bonhomme de neige" formé de trois boules devant sa crêperie.
Elle pose ses skis de part et d'autre de ce drôle de bonhomme et constate qu'ils forment avec le sol un triangle équilatéral. De plus, la plus petite boule a un diamètre de 12 cm.

Déterminer au centimètre près la longueur des skis de Gigi.



6 – Le pendentif Argent/Or

Un bijoutier décide de fabriquer un pendentif qui a la forme d'un cube en argent d'un centimètre d'arête.
Il perce de part en part trois fentes rectangulaires parallèlement aux arêtes du cube.
Chaque fente est un rectangle de dimensions 8 mm par 2 mm et elle est centrée sur la face du cube comme le montre le dessin.
Ensuite, le bijoutier remplit exactement la partie évidée ainsi créée par de l'or. Il prévoit un prix de vente de 1400 euros.



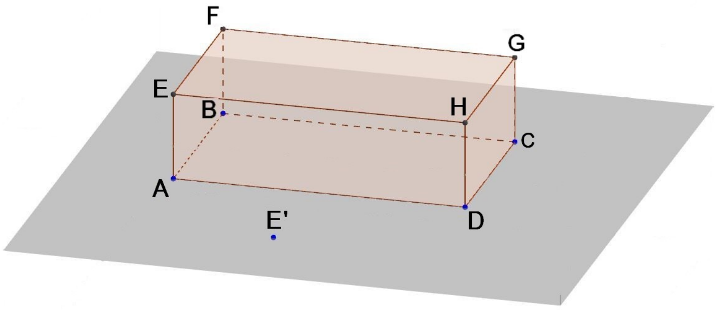
Masse volumique de l'or : $19,3$ g par cm^3
Masse volumique de l'argent : $10,5$ g par cm^3
Cours de l'Or : $30,95$ € le gramme
Cours de l'Argent : $0,49$ € le gramme

Sachant que le coût de la matière première représente un cinquième du prix de vente, le bijoutier arrivera-t-il à respecter le prix de vente qu'il s'est fixé ?

7 – Ombre

Un parallélépipède rectangle est posé sur une table éclairée par le soleil.
Sur le dessin ci-dessous, Sébastien a marqué l'ombre E' du point E.

Dessiner l'ombre du pavé, en supposant que les rayons du soleil sont tous parallèles.



8 – CXXI

Dans le jeu qu'Anne a inventé, les deux joueurs lancent un dé octaédrique bien équilibré.
Les 8 faces sont numérotées de 1 à 8.
Chaque joueur lance le dé l'un après l'autre et marque le carré de la face obtenue.
Exemple : le dé tombe sur 5 et je marque 25 points.
Le vainqueur de la partie est celui qui a obtenu, en lançant au maximum 6 fois le dé, un total le plus proche possible de 121, sans toutefois dépasser 121.

Déterminer quatre solutions différentes pour obtenir 121 au maximum en six lancers. (deux solutions où seul l'ordre des chiffres change sont considérées comme identiques).

Anne et Bertrand jouent un match en deux parties gagnantes. Voici le résumé du match jusqu'à l'instant actuel :

Partie 1 :
Anne obtient 7, 2, 7 ce qui lui donne 102 points ($7^2 + 2^2 + 7^2 = 102$)
Bertrand obtient 5, 3, 6 ce qui lui donne 70 points ($5^2 + 3^2 + 6^2 = 70$)
Anne décide d'arrêter et Bertrand décide de continuer.
Bertrand obtient 6 et son total passe à 106. Bertrand a gagné !

Partie 2 :
Anne obtient 8, 5, 3 ce qui lui donne 98 points ($8^2 + 5^2 + 3^2 = 98$)
Bertrand obtient 7, 7, 1 ce qui lui donne 99 points ($7^2 + 7^2 + 1^2 = 99$)
Les deux joueurs décident de continuer.
Anne obtient 5 et son total passe à 123. Bertrand obtient 6 et son total passe à 135.
Les deux joueurs ont perdu !

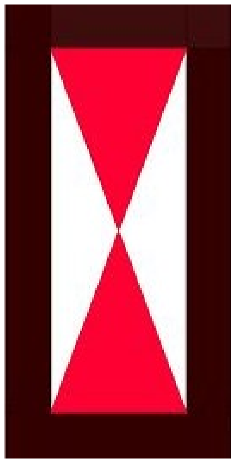
Partie 3 :
Anne et Bertrand ont déjà lancé 5 fois le dé.
Anne a obtenu successivement 2, 7, 6, 3, 2 et Bertrand a obtenu 4, 8, 3, 2, 2.
Bertrand, qui est en retard, décide évidemment de continuer.
Anne se demande si elle doit s'arrêter ou relancer le dé une sixième fois.

Aider Anne à prendre la meilleure décision. Justifier la réponse.

9 – Les volets bataves

En Hollande, les volets traditionnels sont bicolores ou tricolores.

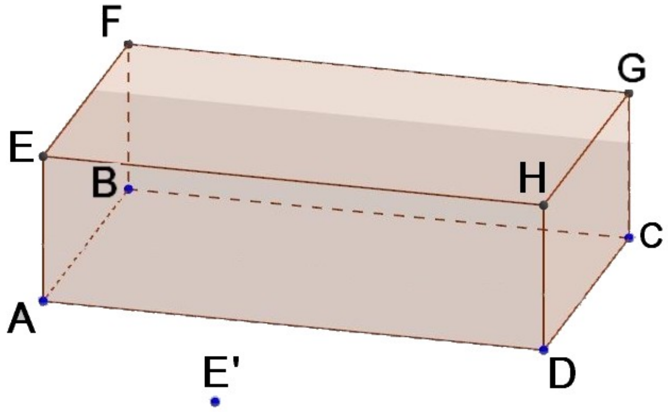


Le panneau rectangulaire ci-contre est tricolore. Il est composé d'une bande de largeur constante notée a et le rectangle intérieur à cette bande est partagé en quatre triangles selon ses deux diagonales. Les triangles acutangles (trois angles aigus) sont rouges et les triangles obtusangles (un angle obtus) sont blancs. La bande extérieure est noire.
Les dimensions du rectangle sont 60 cm et 120 cm et ce volet a la particularité que les aires correspondant à chacune des couleurs sont identiques.

A l'aide éventuellement d'un tableur, déterminer à 1 mm près la largeur de la bande noire.

Etablissement :	Ville :
Nom du professeur de mathématiques :	Classe : *Effectif de la classe* :

Fiche réponse du problème n° 7



Etablissement :	Ville :
Nom du professeur de mathématiques :	Classe : *Effectif de la classe* :

Fiche réponse du problème n°