

RALLYE MATHÉMATIQUE DE FRANCHE-COMTÉ 2015

Finale du jeudi 2 avril 2015

Les classes de Troisième doivent résoudre les problèmes 1 à 6.

Les classes de Seconde doivent résoudre les problèmes 4 à 9.

La classe doit rendre une seule réponse par problème traité **en expliquant la démarche**.

1 – Jeu, set et match

Pour le tournoi annuel du tennis club, le secrétaire a enregistré 249 inscriptions au prix de 15 euros.

Le tirage au sort du premier tour voit s'affronter deux à deux 248 participants, le 249^{ème} étant automatiquement qualifié pour le tour suivant.

Les vaincus sont éliminés et les vainqueurs qualifiés pour le tour suivant.

Le tirage au sort du 2^{ème} tour se fait parmi les vainqueurs du premier tour et le joueur qualifié automatiquement.

On procède ainsi jusqu'à la finale du tournoi qui voit s'affronter les deux derniers joueurs.

L'organisation fournit un tube de 3 balles neuves pour chaque match, chacun de ces tubes revenant à 6 euros pièce.

Le montant des primes accordées aux quatre meilleurs joueurs du tournoi se monte à 1200 euros.

L'organisation n'a pas d'autres frais.

Quel bénéfice le club va-t-il pouvoir tirer de son tournoi ?

2 – Usinage d'un prisme

L'usine Boisjouet fabrique les pièces d'un jeu en bois pour enfant.

Parmi ces pièces, Michel s'intéresse à celle qui a la forme d'un prisme droit dont la base est un hexagone régulier (voir figures).

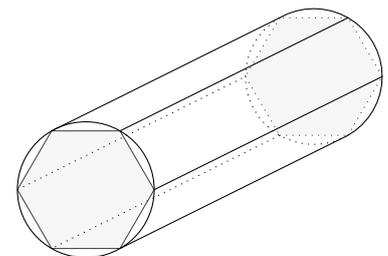
Pour sa fabrication, on utilise une baguette de bois cylindrique de diamètre 2,8 cm et de longueur 1 m. Cette baguette est découpée en petits cylindres de 7,5 cm de hauteur de façon à en obtenir le plus possible.



Puis les côtés sont rabotés pour obtenir la forme hexagonale. On fabrique le maximum de pièces avec une baguette.

Michel se pose la question suivante :

Pour une baguette utilisée, quel est le pourcentage des chutes de bois ?

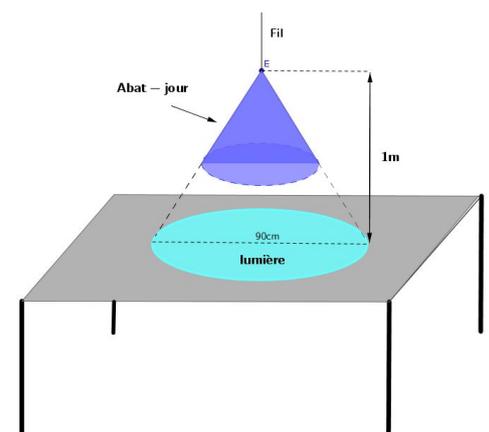


3 – Suspension

On suspend une lampe composée d'un abat-jour conique au-dessus d'une table rectangulaire dont les dimensions sont 1,30 m et 1,10 m. La hauteur de la lampe est réglable.

Lorsque le sommet de l'abat-jour est situé à 1 m au-dessus du centre de la table, la zone éclairée a la forme d'un disque de diamètre 90 cm.

À quelle distance minimale du centre de la table faut-il placer le sommet de l'abat-jour pour ne plus avoir d'ombre sur la table ?



4 – La fontaine de Jean

Pour son anniversaire, Jean a invité dix amis (un loup et un agneau, une grenouille et un boeuf, un renard et un corbeau, une cigale et une fourmi, un lion et un rat). Pour servir le cocktail à bulles qu'il a préparé, il a réalisé une fontaine.

Il a érigé sur un plateau une pyramide, formée de sept verres à la base, trois pour la rangée juste au-dessus, et enfin un verre au sommet.

Jean verse exactement 2 litres de boisson à bulles.

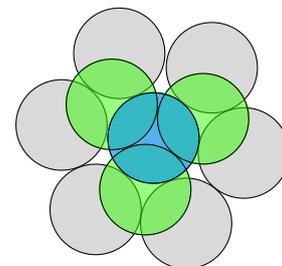
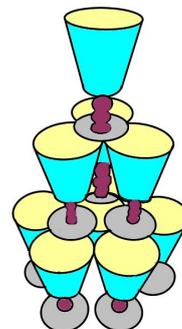
Le précieux liquide s'écoule dans le verre supérieur.

Quand ce verre est rempli, le liquide déborde et se répartit de la façon suivante :

10% du liquide versé à cet étage coule dans le plateau puis le reste passe à l'étage du dessous où les verres se remplissent et enfin le surplus passe à l'étage inférieur.

Jean continue de verser la boisson et les sept verres de l'étage inférieur commencent à se remplir selon le même protocole.

Chaque verre a une contenance de 20 centilitres.



Vue du dessus

Quelle quantité de boisson chacun des sept verres situés à la base de la fontaine contient-il ?

Quelle est finalement la quantité de liquide renversé dans le plateau ?

5 – Pavage

Maurits a récupéré 800 pavés dont les dimensions sont 25 cm, 15 cm et 5 cm.

Il souhaite réaliser une terrasse devant sa maison et sa femme Jetta aimerait que la terrasse soit carrée et plane.

Quelle est l'aire de la plus grande terrasse carrée réalisable ?

Combien de pavés ne seront pas utilisés ?

6 – Le périph

Le boulevard périphérique parisien est composé de deux chaussées. Ce sont des segments parallèles de longueurs 10 km et 7 km. Pour chacune des chaussées, ces segments sont raccordés par des quarts de cercle de même rayon (1 km pour le périphérique intérieur).

Le périphérique intérieur se parcourt dans le sens des aiguilles d'une montre, le périphérique extérieur dans le sens inverse.

Un soir, deux couples d'amis, les Martin et les Durand, habitant près de la porte de Champerret, vont assister à un match de hand-ball au Palais Omnisports de Bercy et terminent la soirée chez un troisième couple habitant dans le quartier Bercy.

Valérie Martin et Anaïs Durand qui prennent le volant vers 1h30 du matin ont alors le dialogue suivant :

- Je vais suivre le périph extérieur depuis la porte de Bercy dit Valérie.

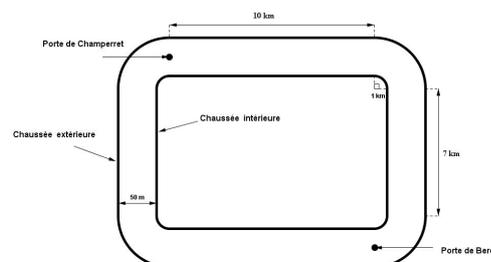
- Pas moi, répond Anaïs, il faut prendre le périph intérieur ! C'est bien plus court !

- Tu crois ?

- Je parie que j'arriverai avec une minute d'avance !

- Bon ! On va rouler à la vitesse maximale autorisée (70 km/h)

et on verra !



La figure n'est pas à l'échelle

Sachant que les portes de Champerret et de Bercy sont "diamétralement opposées" et en supposant que l'écart entre les deux chaussées est en moyenne de 50 mètres, la voiture des Durand arrivera-t-elle avant celle des Martin ?

Quelle sera l'avance de la première voiture ?

7 – Immatriculation

Au 15 avril 2009, la France a adopté un nouveau système d'immatriculation des véhicules.

Le modèle choisi pour un véhicule standard se compose de :

- un groupe de deux lettres (le O, le I et le U étant exclus ainsi que les groupements SS et WW) ;
- un nombre à 3 chiffres de 001 à 999 ;
- un groupe de deux lettres (le O, le I et le U étant exclus ainsi que le groupement SS).

Le numéro de département situé à droite de la plaque ne fait pas partie de l'immatriculation !

Au 16 novembre 2010, la Belgique a elle aussi adopté un nouveau système d'immatriculation des véhicules.

Le modèle choisi pour un véhicule standard se compose de :

- un chiffre de base compris entre 1 et 7 ;
- un groupe de 3 lettres dont les lettres I, O, Q, W sont exclues totalement, et dont les groupements CDH, VLD (deux partis politiques belges) et CUL sont exclus ;
- un nombre à 3 chiffres de 001 à 999.



Gérard, qui réside en Belgique, affirme que le système belge permet d'immatriculer plus de véhicules que le système français. Louis, qui est français, affirme le contraire.

Qui a raison ?

8 – Antennes WIFI

Eric et Fabienne sont les gérants d'une résidence touristique.

Celle-ci est bâtie sur un terrain carré de 100 m de côté et se compose de 7 bungalows séparés par des espaces verts (voir Figure 1).

Les deux gérants souhaitent que le wifi soit accessible depuis n'importe quel endroit de la résidence, à l'intérieur des bungalows ou depuis les espaces verts.

La portée maximale des antennes wifi disponibles chez leur fournisseur informatique est de 70 m.

Ces antennes peuvent être placées aussi bien sur les espaces verts que sur les toits des bungalows.

1. Une seule antenne ne suffira pas pour couvrir la résidence. Pourquoi ?

Eric et Fabienne se demandent si deux antennes suffiront. Eric fait ses calculs en disposant les deux antennes sur une diagonale du carré, en deux points symétriques par rapport au centre du carré. (Figure 2)

Fabienne fait ses calculs en disposant les deux antennes sur une médiane du carré, en deux points symétriques par rapport au centre du carré. (Figure 3)

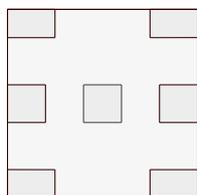


Figure 1

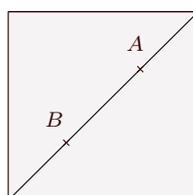


Figure 2

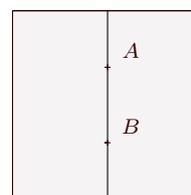


Figure 3

2. Réalisez les deux études et concluez.

9 – Assemblage

Delphine dispose de deux cubes en bois identiques. Elle découpe le premier en six pyramides, chacune d'elles ayant pour base une face du cube et pour sommet le centre du cube.

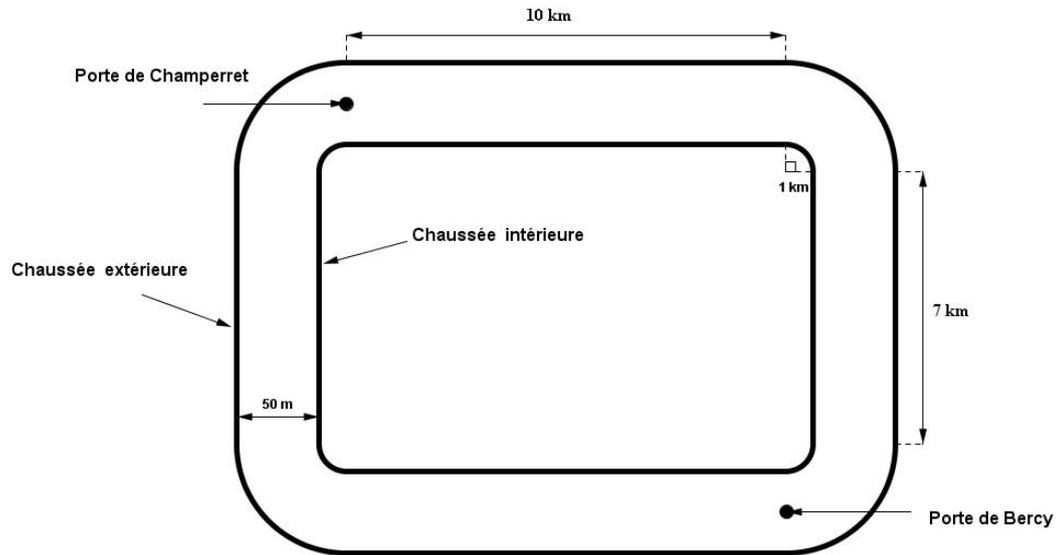
Delphine colle sur les faces du deuxième cube les six pyramides ainsi obtenues en faisant coïncider les carrés.

Combien de faces possède le solide obtenu ?

Réaliser un patron de ce solide en prenant 3 cm pour chacune des arêtes des deux cubes de départ.

Etablissement :	Ville :
Nom du professeur de mathématiques :	Classe :
	<i>Effectif de la classe :</i>

Fiche réponse du problème n° 6



La figure n'est pas à l'échelle

Etablissement :	Ville :
Nom du professeur de mathématiques :	Classe : <i>Effectif de la classe :</i>

Fiche réponse du problème n°