

RALLYE MATHÉMATIQUE DE FRANCHE-COMTÉ 2015
Qualifications du mardi 20 janvier 2015

Les classes de Troisième doivent résoudre les problèmes 1 à 6.

Les classes de Seconde doivent résoudre les problèmes 4 à 9.

La classe doit rendre une seule réponse par problème traité **en expliquant la démarche**.

1 – Mont d'or

Dans une petite ferme du Haut-Doubs, Albert Sanglier est fabricant de sangles en épicéa appelées "targes", destinées à entourer les fromages appelés "Mont d'Or".

La saison de commercialisation du mont d'Or approche et il reste à Albert un stock de 8,30 mètres de targe.



Un fromager lui a déjà passé commande pour la fabrication de trois fromages de diamètre 29 cm.

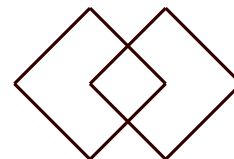
Il doit découper le reste de la sangle pour la fabrication de fromages de diamètres 12 cm et 15 cm, avec au moins un fromage de chaque sorte.

Albert réalisant ses calculs au millimètre près, comment va-t-il couper la targe restante pour fabriquer le maximum de fromages en ayant le moins de perte possible ?

2 – Carrément carré

Deux carrés de côtés quatre centimètres ont une diagonale sur la même droite.

Ils sont sécants comme l'indique le dessin ci-contre.



Comment disposer ces deux carrés pour que les trois régions qu'ils déterminent aient la même aire ?

Un artiste souhaite placer le motif obtenu précédemment dans un cadre carré.

Pour rendre son oeuvre harmonieuse le motif devra occuper la moitié de l'aire de ce cadre.

Quelle est la dimension de ce cadre ?

3 – Pouf décoré

Pour son anniversaire, Najat a bien envie d'un pouf, vu sur [http : //www.êtrebienassis.com](http://www.êtrebienassis.com)

Celui-ci est composé de deux carrés de 50 cm de côté et de huit triangles équilatéraux.

Pour le personnaliser, elle brodera une ligne joignant les milieux de chacune des arêtes des faces latérales comme sur la photo ci-dessous.

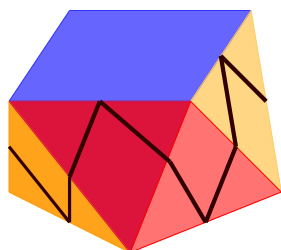
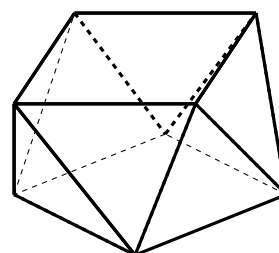


Photo du pouf personnalisé



Vue en perspective

4 – A bicyclette

Yves et Paulette prévoient une promenade à bicyclette le long du Doubs.

Yves dispose d'un VTC (vélo tout chemin) dont les roues ont 700 mm de diamètre et Paulette d'un mini-vélo pliant dont les roues ont 300 mm de diamètre.

Yves a un pédalier composé de 3 plateaux ayant respectivement 28, 38 et 48 dents et une roue libre à l'arrière, composée de 8 pignons ayant respectivement 13, 14, 16, 18, 20, 22, 24 et 26 dents.

Paulette a un pédalier muni d'un plateau de 53 dents et un pignon unique à l'arrière de 12 dents.

1. **Quel est, en mm, le développement unique de Paulette ?**
2. Pour cette promenade, Yves aimerait pédaler au même rythme que Paulette. Pour cela, il doit utiliser un développement le plus proche possible de celui de Paulette. **Quel est ce développement ?**

Aide 1 : Le braquet est le quotient $\frac{D}{d}$, où D est le nombre de dents du plateau (à l'avant) et d est le nombre de dents du pignon de la roue libre (à l'arrière). Le développement est la distance parcourue en un tour de pédalier. Le développement se calcule en multipliant le braquet par la circonférence de la roue.

Aide 2 : pourquoi pas un tableur pour la question 2 ?

5 – ZURMFc

Jean-Marc, opticien, gère un magasin d'une grande chaîne. Or la marque qu'il représente a, dans une campagne de publicité nationale, décidé de consentir sur les montures une remise égale en pourcentage à l'âge du client !



Dans la "pub", un homme de 55 ans se voit ainsi offrir une réduction de 55%.

C'est ainsi qu'aujourd'hui, Lucie, 16 ans, vient au magasin. Lucie est myope.

L'hérédité jouant un rôle dans cette myopie, elle est accompagnée de Maman, 45 ans, de Mamy, 74 ans et Grandmaman, qui a fêté hier ses 97 ans.

Lucie a choisi une monture à 95€, Maman en a choisi une à 110€ et Mamy en a choisi une à 125€.

Grandmaman s'arrête devant le présentoir des montures haut-de-gamme mais elle hésite encore. Dans le magasin, le prix de vente des montures est égal au triple du prix coûtant (achat + transport).

Malgré cela, Jean-Marc se demande s'il ne va pas vendre à perte à cause de cette publicité qu'il pense irresponsable.

Quel est, à l'euro près, le prix de vente de la monture de Grandmaman à partir duquel Jean-Marc n'aura réalisé aucun bénéfice sur cette vente ?

6 – Compte de Noël

Dans un petit village de 2015 habitations, numérotées de 1 à 2015, le Père Noël a décidé de faire sa tournée de la façon suivante :

Il commence par tous les numéros se terminant par 0, dans l'ordre croissant : 10, 20, 30, ... jusqu'à épuisement des numéros se terminant par 0.



Viennent alors les numéros se terminant par 1 :

1, 11, 21, ... jusqu'à épuisement des numéros se terminant par 1. Et ainsi de suite ...

Le Père Noël commence sa tournée à minuit. Il doit déposer les cadeaux dans chaque maison et il met en moyenne 15 secondes par cheminée.

**A quelle heure le Père Noël déposera-t-il les cadeaux des enfants qui habitent au numéro 2015 ?
Le Père Noël aura-t-il fini sa tournée à 8h30, heure à laquelle les enfants vont se précipiter au pied du sapin ?**

7 – Attention au surplomb !

Joseph est lycéen et aimerait devenir architecte. En attendant, il dessine des immeubles de style très audacieux.

Un jour, il découvre la photo ci-contre d'un édifice de Rotterdam, où chaque bloc de trois étages est en surplomb par rapport au bloc situé juste en dessous.

Il conçoit alors le projet suivant :

- Chaque étage est un carré de 18 mètres de côté.
- Entre le rez-de-chaussée et le premier étage, il y aura un surplomb de 3 mètres.
- Entre le premier et le deuxième étage, il y aura un surplomb de $3/2$ mètres, soit 1,5 mètre.
- Entre le deuxième et le troisième étage, il y aura un surplomb de $3/3$ mètres, soit 1 mètre.
- Entre le troisième et le quatrième étage, il y aura un surplomb de $3/4$ mètres ...

Joseph souhaite continuer selon la règle précédente le plus longtemps possible mais, pour éviter un problème d'équilibre, il décide que le surplomb total (entre le rez-de-chaussée et le dernier étage) sera inférieur à 18 mètres.

Sachant qu'un étage a une hauteur de 3,50 mètres, l'immeuble de Joseph pourra-t-il dépasser les 828 mètres du "Burj Khalifa" situé à Dubaï et qui est actuellement le gratte-ciel le plus haut de la planète ?



L'immeuble de Rotterdam



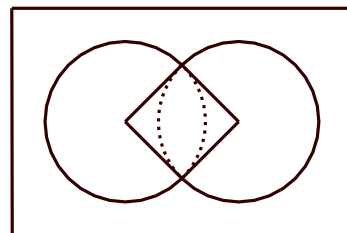
Le Burj Khalifa à Dubaï

8 – Jasil

Le drapeau d'un pays imaginaire nommé Jasil est un rectangle d'un mètre sur un mètre cinquante.

Le motif est composé de deux cercles de même rayon dont les deux points d'intersection et les deux centres forment un carré.

L'intérieur du carré est bleu, le domaine extérieur aux deux disques est rouge et le reste est blanc.



Quel doit être le rayon commun aux deux cercles (au mm près) pour que l'aire rouge représente la moitié de l'aire totale du drapeau ?

9 – Escoupe

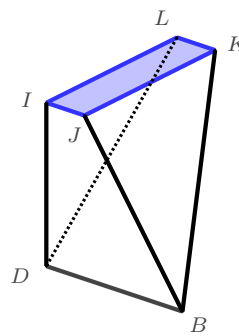
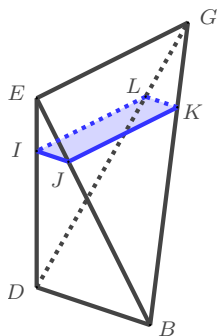
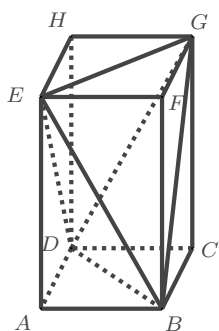
Une usine d'emballage doit fabriquer des boîtes en carton pour une chocolaterie.

Le concepteur de la boîte a réalisé un prototype à partir d'un pavé droit.

Ce pavé avait une base carrée de 8 cm de côté et une hauteur de 12 cm.

Il a ensuite tronqué le pavé en retirant les quatre pyramides $EFGB$, $EGHD$, $DBAE$ et $DBC G$.

Peut-il faire une section plane, parallèle aux droites (EG) et (BD) , afin d'obtenir un rectangle $IJKL$ dont la longueur est le double de la largeur ?



Dessiner un patron d'une telle boîte $IJKLDB$ avec son couvercle $IJKL$ dans le cas où la longueur est le double de la largeur.

Etablissement :	Ville :
Nom du professeur de mathématiques :	Classe : <i>Effectif de la classe :</i>

Fiche réponse du problème n°

Chapitre 9

Qualification-Elements de solutions

RALLYE MATHÉMATIQUE DE FRANCHE-COMTÉ 2015

Qualifications du mardi 20 janvier 2015

Les classes de Troisième doivent résoudre les problèmes 1 à 6.

Les classes de Seconde doivent résoudre les problèmes 4 à 9.

La classe doit rendre une seule réponse par problème traité **en expliquant la démarche**.

1 – Mont d'or

Dans une petite ferme du Haut-Doubs, Albert Sanglier est fabricant de sangles en épicéa appelées "targes", destinées à entourer les fromages appelés "Mont d'Or".

La saison de commercialisation du mont d'Or approche et il reste à Albert un stock de 8,30 mètres de targe.



Un fromager lui a déjà passé commande pour la fabrication de trois fromages de diamètre 29 cm.

Il doit découper le reste de la sangle pour la fabrication de fromages de diamètres 12 cm et 15 cm, avec au moins un fromage de chaque sorte.

Albert réalisant ses calculs au millimètre près, comment va-t-il couper la targe restante pour fabriquer le maximum de fromages en ayant le moins de perte possible ?

Éléments de solutions

Sangle nécessaire pour les 3 fromages de diamètre 29 cm :

$$(29\pi) \times 3 \approx 273,3\text{cm} = 2733\text{mm}$$

Il lui reste donc : $8300 - 2733$ soit 5567mm de targe.

Solution " élèves " :

En divisant 5567 par 377 ($\approx 15\pi$) et par 471 ($\approx 12\pi$), on se rend compte que le nombre de boîtes de diamètre 12 est inférieur à 14 et le nombre de boîtes de diamètre 15 est inférieur à 11.

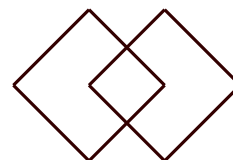
Les élèves peuvent ensuite faire des essais en balayant les possibilités à l'aide d'un tableau par exemple :

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P
1		nb de 12cm	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
2	nb de 15cm	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1				
3	11	5183,628														6,3810031
4	10	4712,389													100,62878	477,6199
5	9	4241,15												194,87656	571,86768	948,8588
6	8	3769,911											289,12434	666,11546	1043,1066	1420,0977
7	7	3298,672									6,381	383,37	760,36324	1137,3544	1514,3455	1891,3366
8	6	2827,433								100,63	477,62	854,61	1231,6021	1608,5933	1985,5844	2362,5755
9	5	2356,194						194,88	571,87	948,86	1325,8	1702,841	2079,8322	2456,8233	2833,8144	
10	4	1884,956						289,12	666,12	1043,1	1420,1	1797,1	2174,0799	2551,0711	2928,0622	3305,0533
11	3	1413,717				6,381	383,37	760,36	1137,4	1514,3	1891,3	2268,3	2645,3188	3022,31	3399,3011	3776,2922
12	2	942,4778			100,63	477,62	854,61	1231,6	1608,6	1985,6	2362,6	2739,6	3116,5577	3493,5488	3870,54	4247,5311
13	1	471,2389		194,88	571,87	948,86	1325,8	1702,8	2079,8	2456,8	2833,8	3210,8	3587,7966	3964,7877	4341,7789	4718,77
14																
15																
16																
17																
18																
19																

Le tableau nous donne 2 solutions où il ne reste que 6,381 mm de sangle. On choisit celle qui correspond au plus grand nombre de fromages c'est-à-dire 11 sangles pour les fromages de 12 cm de diamètre et 3 sangles pour les fromages de 15 cm de diamètre.

2 – Carrément carré

Deux carrés de côtés quatre centimètres ont une diagonale sur la même droite. Ils sont sécants comme l'indique le dessin ci-contre.



Comment disposer ces deux carrés pour que les trois régions qu'ils déterminent aient la même aire ?

Un artiste souhaite placer le motif obtenu précédemment dans un cadre carré. Pour rendre son oeuvre harmonieuse le motif devra occuper la moitié de l'aire de ce cadre.

Quelle est la dimension de ce cadre ?

Éléments de solutions

1) Disposition des deux carrés

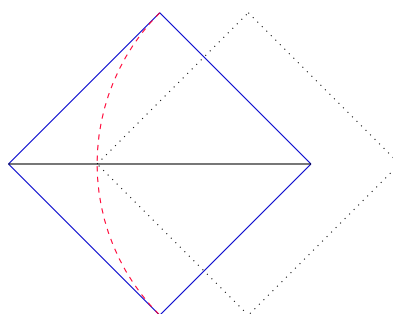
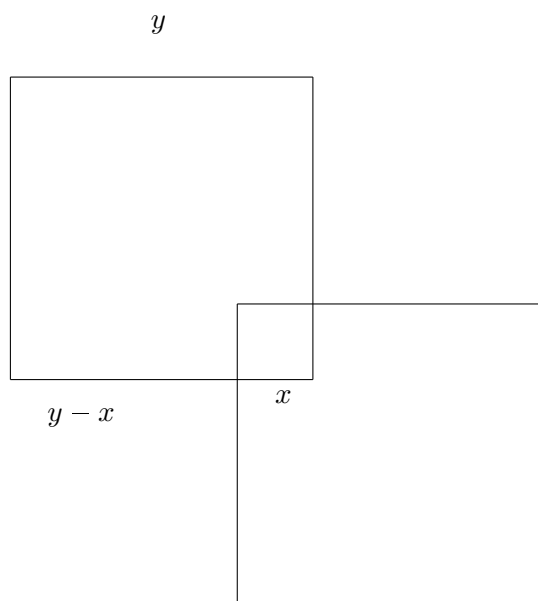
Soit x la longueur du côté du carré intérieur et y celle du grand carré.

L'aire d'une des deux parties extérieures est $y^2 - x^2$

Nous devons donc résoudre l'équation : $y^2 - x^2 = x^2$

Donc $y^2 = 2x^2$ et donc $y = \sqrt{2}x$. y est donc la longueur de la diagonale du petit carré.

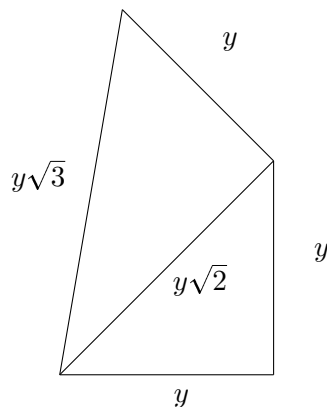
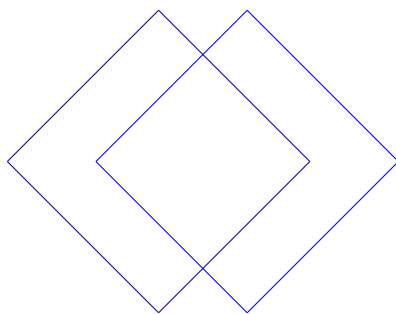
Nous traçons donc la diagonale horizontale d'un grand carré. Nous reportons la longueur y du côté sur la diagonale. Nous plaçons le deuxième carré à partir du point ainsi défini sur la diagonale.



2) Dimension du cadre

Soit C le côté du cadre. La condition demandée se traduit par : $C^2 - 3x^2 = 3x^2$

Donc $C^2 = 6x^2$ et donc $C = x\sqrt{6} = x\sqrt{2}\sqrt{3} = y\sqrt{3}$.



3 – Pouf décoré

Pour son anniversaire, Najat a bien envie d'un pouf, vu sur [http : //www.êtrebienassis.com](http://www.êtrebienassis.com)

Celui-ci est composé de deux carrés de 50 cm de côté et de huit triangles équilatéraux.

Pour le personnaliser, elle brodera une ligne joignant les milieux de chacune des arêtes des faces latérales comme sur la photo ci-dessous.

Dessiner un patron de son pouf personnalisé à l'échelle 1/10 et donner la mesure de la longueur de la ligne brodée.

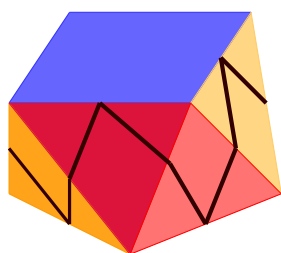
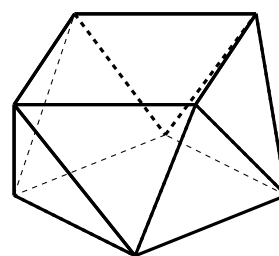
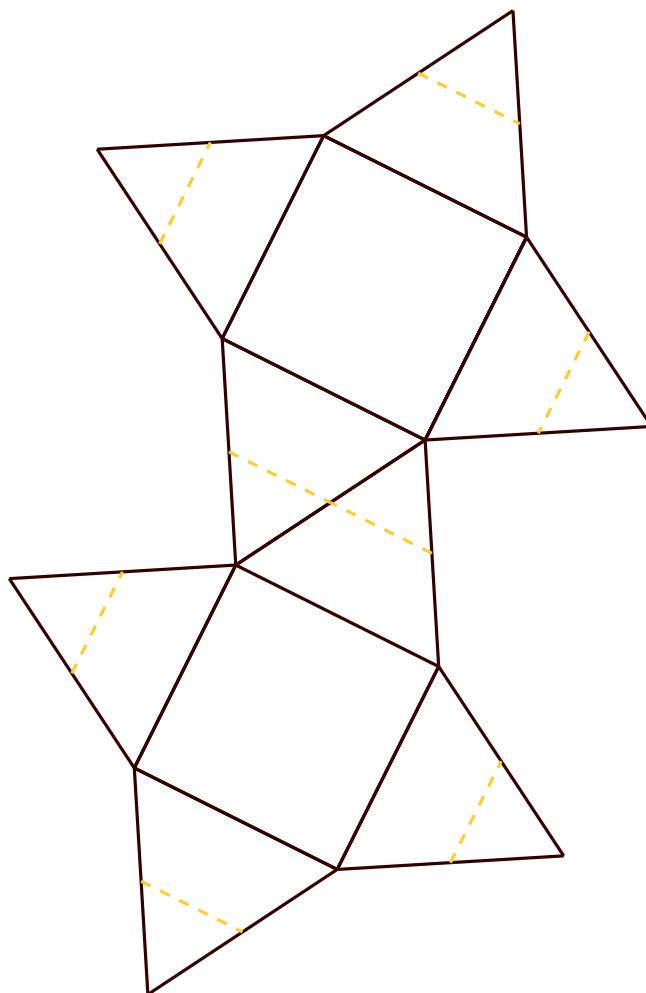


Photo du pouf personnalisé



Vue en perspective



4 – A bicyclette

Yves et Paulette prévoient une promenade à bicyclette le long du Doubs.

Yves dispose d'un VTC (vélo tout chemin) dont les roues ont 700 mm de diamètre et Paulette d'un mini-vélo pliant dont les roues ont 300 mm de diamètre.

Yves a un pédalier composé de 3 plateaux ayant respectivement 28, 38 et 48 dents et une roue libre à l'arrière, composée de 8 pignons ayant respectivement 13, 14, 16, 18, 20, 22, 24 et 26 dents.

Paulette a un pédalier muni d'un plateau de 53 dents et un pignon unique à l'arrière de 12 dents.

1. Quel est, en mm, le développement unique de Paulette ?
2. Pour cette promenade, Yves aimerait pédaler au même rythme que Paulette. Pour cela, il doit utiliser un développement le plus proche possible de celui de Paulette. **Quel est ce développement ?**

Aide 1 : Le braquet est le quotient $\frac{D}{d}$, où D est le nombre de dents du plateau (à l'avant) et d est le nombre de dents du pignon de la roue libre (à l'arrière). Le développement est la distance parcourue en un tour de pédalier. Le développement se calcule en multipliant le braquet par la circonférence de la roue.

Aide 2 : pourquoi pas un tableur pour la question 2 ?

Éléments de solutions

	A	B	C	D	E	F	G
1		28	38	48			53
2	13	4736,55508	6428,18189	8119,8087		12	4162,61027
3	14	4398,22972	5969,02604	7539,82237			
4	16	3848,451	5222,89779	6597,34457			
5	18	3420,84533	4642,57581	5864,30629			
6	20	3078,7608	4178,31823	5277,87566			
7	22	2798,87346	3798,47112	4798,06878			
8	24	2565,634	3481,93186	4398,22972			
9	26	2368,27754	3214,09095	4059,90435			
10	28	2199,11486	2984,51302	3769,91118			
11							
12							

5 — ZURMF_C

Jean-Marc est opticien, et gère un magasin d'une grande chaîne. Or la marque qu'il représente a, dans une campagne de publicité nationale, décidé de consentir sur les montures une remise égale en pourcentage à l'âge du client !



Dans la "pub", un homme de 55 ans se voit ainsi offrir une réduction de 55%.

C'est ainsi qu'aujourd'hui, Lucie 16 ans vient au magasin. Lucie est myope.

L'hérédité joue un rôle dans cette myopie car elle est accompagnée de Maman, 45 ans, de Mamy 74 ans et Grandmaman, qui a fêté hier ses 97 ans.

Lucie a choisi une monture à 95€, Maman en a choisi une à 110€ et Mamy en a choisi une à 125€.

Grandmaman s'est positionnée devant le présentoir des montures haut de gamme, mais elle hésite encore. Dans le magasin, le prix de vente des montures est égal au triple du prix coûtant (achat + transport).

Malgré cela, Jean-Marc se demande s'il ne va pas vendre à perte à cause de cette publicité irresponsable.

Quel est, à l'euro près, le prix de vente de la monture de Grandmaman, à partir duquel Jean-Marc n'aura réalisé aucun bénéfice sur cette vente ?

Éléments de solutions

Soit N le prix de vente de la monture choisie par Grandmaman.

La facture initiale (sans réduction) est donc d'un montant de : $95 + 110 + 125 + N$, soit $330 + N$.

Le prix coûtant (pour Jean-Marc) est donc le tiers de cette somme, soit $110 + N/3$.

La facture effective (avec réduction) est alors d'un montant de : $95 \times 0.84 + 110 \times 0.55 + 125 \times 0.26 + N \times 0.03$, soit $172,8 + 0.03N$.

Jean-Marc ne réalisera aucun bénéfice sur cette vente si et seulement si $172.8 + 0.03N < 110 + N/3$.

Cette inéquation équivaut à $62,8 < 109N/300$, soit enfin à $N > (300 \times 62.8)/109$ ($300 \times 62.8)/109 \approx 172,84$ donc Jean-Marc ne réalisera aucun bénéfice si le prix de la monture de Grandmaman vaut ou dépasse 173 euros.

6 — Compte de Noël

Dans un petit village de 2015 habitations, numérotées de 1 à 2015, le Père Noël a décidé de faire sa tournée de la façon suivante :

D'abord, dans l'ordre croissant, tous les numéros se terminant par 0 :
10, 20, 30, ... jusqu'à épuisement des numéros se terminant par 0.

Viennent alors ceux se terminant par 1 :



1, 11, 21, ... jusqu'à épuisement des numéros se terminant par 1. Et ainsi de suite ...

Le Père Noël commence sa tournée à minuit. Il doit déposer les cadeaux dans chaque maison et il met en moyenne 15 secondes par cheminée.

**A quelle heure le Père Noël déposera-t-il les cadeaux des enfants qui habitent au numéro 2015 ?
Le Père Noël aura-t-il fini sa tournée à 8h30, heure à laquelle les enfants vont se précipiter au pied du sapin ?**

Éléments de solutions

De 10 à 2010 il y a 201 numéros

De 1 à 2011 il y a 202 numéros

de 2 à 2012 il y a 202 numéros

de 3 à 2013 il y a 202 numéros

de 4 à 2014 il y a 202 numéros

de 5 à 2015 il y a 202 numéros

$$201 + 5 \times 202 = 1211 \quad 1211 \times 15s = 18165s = 5h \ 2min \ 45s$$

Le Père Noël commence à minuit, il déposera donc les cadeaux du numéro 2015 à 5h 2min 45s.

De 6 à 2006 il y a 201 numéros

De 7 à 2007 il y a 201 numéros

de 8 à 2008 il y a 201 numéros

de 9 à 2009 il y a 201 numéros

$$4 \times 201 + 1211 = 2015 \text{ nous retrouvons bien le nombre total d'habitations.}$$

$$2015 \times 15s = 30225s = 8h \ 23min45s$$

Le Père Noël finira sa tournée à 8h 23min 45s, donc juste à temps pour 8h30min.

7 – Attention au surplomb !

Joseph est lycéen et aimerait devenir architecte. En attendant, il dessine des immeubles de style très audacieux. Un jour, il découvre la photo ci-contre d'un édifice de Rotterdam, où chaque bloc de trois étages est en surplomb par rapport au bloc situé juste en dessous.



L'immeuble de Rotterdam Le Burj Khalifa, à Dubaï

- Chaque étage est un carré de 18 mètres de côté
- Entre le rez-de-chaussée et le premier étage, il y aura un surplomb de 3 mètres.
- Entre le premier et le deuxième étage, il y aura un surplomb de 3/2 mètres, soit 1,5 mètre.
- Entre le deuxième et le troisième étage, il y aura un surplomb de 3/3 mètres, soit 1 mètre.
- Entre le troisième et le quatrième étage, il y aura un surplomb de 3/4 mètres ...

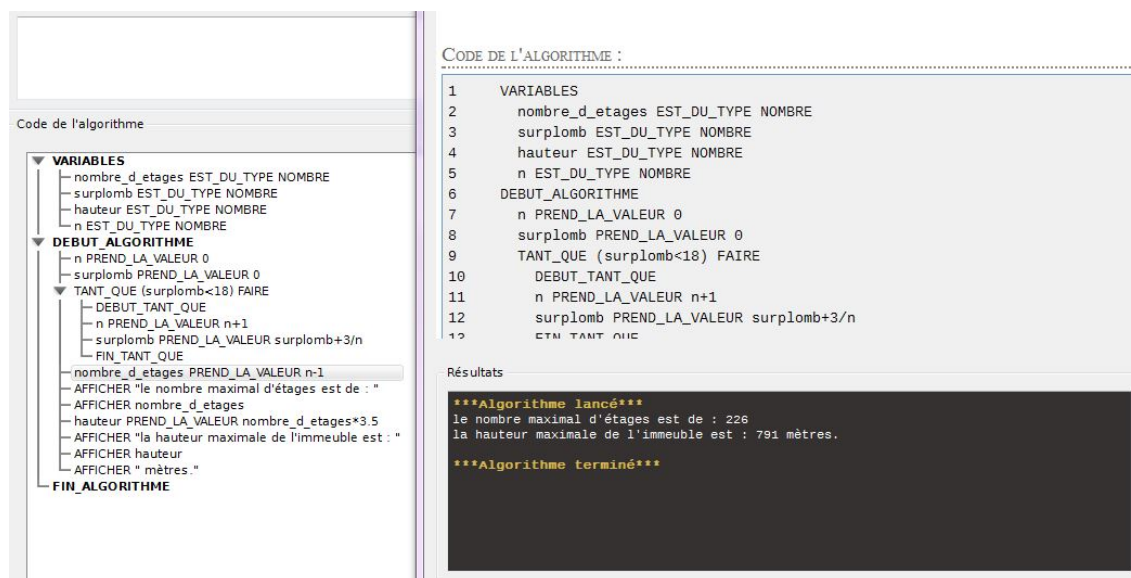
Joseph souhaite continuer selon la règle précédente le plus longtemps possible, mais pour éviter un problème d'équilibre, il décide que le surplomb total (entre le rez-de-chaussée et le dernier étage) sera inférieur à 18m.

Sachant qu'un étage a une hauteur de 3,50 mètres, l'immeuble de Joseph pourra-t-il dépasser les 828 mètres du "Burj Khalifa", situé à Dubaï et qui est actuellement le gratte-ciel le plus haut de la planète ?

Éléments de solutions

▲	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S
1	n	3/n	surplomb	hauteur															
2	0		0	0	31	0,096774194	12,08173559	108,5	61	0,049180328	14,08879157	213,5			...	...	...		...
3	1	3	3	3,5	32	0,09375	12,17548559	112	62	0,048387097	14,13717866	217	198	0,015151515			17,60401747	693	
4	2	1,5	4,5	7	33	0,090909091	12,26639468	115,5	63	0,047619048	14,18479771	220,5	199	0,015075377			17,61909284	696,5	
5	3	1	5,5	10,5	34	0,088235294	12,35462997	119	64	0,046875	14,23167271	224	200	0,015			17,63409284	700	
6	4	0,75	6,25	14	35	0,085714286	12,44034426	122,5	65	0,046153846	14,27782656	227,5	201	0,014925373			17,64901822	703,5	
7	5	0,6	6,85	17,5	36	0,083333333	12,52367759	126	66	0,045454545	14,3232811	231	202	0,014851485			17,6638697	707	
8	6	0,5	7,35	21	37	0,081081081	12,60475867	129,5	67	0,044776119	14,36805722	234,5	203	0,014778325			17,67864803	710,5	
9	7	0,428571429	7,778571429	24,5	38	0,078947368	12,68370604	133	68	0,044117647	14,41217487	238	204	0,014705882			17,69335391	714	
10	8	0,375	8,153571429	28	39	0,076923077	12,76062912	136,5	69	0,043478261	14,45565313	241,5	205	0,014634146			17,70798806	717,5	
11	9	0,333333333	8,486904762	31,5	40	0,075	12,83562912	140	70	0,042857143	14,49851027	245	206	0,014563107			17,72255116	721	
12	10	0,3	8,786904762	35	41	0,073170732	12,90879985	143,5	71	0,042253521	14,54076379	248,5	207	0,014492754			17,73704392	724,5	
13	11	0,272727273	9,059632035	38,5	42	0,071428571	12,98022842	147	72	0,041666667	14,58243046	252	208	0,014423077			17,75146699	728	
14	12	0,25	9,309632035	42	43	0,069767442	13,04999586	150,5	73	0,04109589	14,62352635	255,5	209	0,014354067			17,76582106	731,5	
15	13	0,230769231	9,540401265	45,5	44	0,068181818	13,11817768	154	74	0,040540541	14,66406689	259	210	0,014285714			17,78010678	735	
16	14	0,214285714	9,75468698	49	45	0,066666667	13,18484435	157,5	75	0,04	14,70406689	262,5	211	0,014218009			17,79432478	738,5	
17	15	0,2	9,95468698	52,5	46	0,065217391	13,25006174	161	76	0,039473684	14,74354058	266	212	0,014150943			17,80847573	742	
18	16	0,1875	10,14218698	56	47	0,063829787	13,31389153	164,5	77	0,038961039	14,78250161	269,5	213	0,014084507			17,82256023	745,5	
19	17	0,176470588	10,31865757	59,5	48	0,0625	13,37639153	168	78	0,038461538	14,82096315	273	214	0,014018692			17,83657893	749	
20	18	0,166666667	10,48532423	63	49	0,06122449	13,43761601	171,5	79	0,037974684	14,85893784	276,5	215	0,013953488			17,85053241	752,5	
21	19	0,157894737	10,64321897	66,5	50	0,06	13,49761601	175	80	0,0375	14,89643784	280	216	0,013888889			17,8644213	756	
22	20	0,15	10,79321897	70	51	0,058823529	13,55643954	178,5	81	0,037037037	14,93347487	283,5	217	0,013824885			17,87824619	759,5	
23	21	0,142857143	10,93607611	73,5	52	0,057692308	13,61413185	182	82	0,036585366	14,97006024	287	218	0,013761468			17,89200766	763	
24	22	0,136363636	11,07243975	77	53	0,056603774	13,67073563	185,5	83	0,036144578	15,00620482	290,5	219	0,01369863			17,90570629	766,5	
25	23	0,130434783	11,20287453	80,5	54	0,055555556	13,72629118	189	84	0,035714286	15,0419191	294	220	0,013636364			17,91934265	770	
26	24	0,125	11,32787453	84	55	0,054545455	13,78083664	192,5	85	0,035294118	15,07721322	297,5	221	0,013574661			17,93291731	773,5	
27	25	0,12	11,44787453	87,5	56	0,053571429	13,83440806	196	86	0,034883721	15,11209694	301	222	0,013513514			17,94643082	777	
28	26	0,115384615	11,56325915	91	57	0,052631579	13,88703964	199,5	87	0,034482759	15,1465797	304,5	223	0,013452915			17,95988374	780,5	
29	27	0,111111111	11,67437026	94,5	58	0,051724138	13,93876378	203	88	0,034090909	15,18067061	308	224	0,013392857			17,9732766	784	
30	28	0,107142857	11,78151312	98	59	0,050847458	13,98961124	206,5	89	0,033707865	15,21437848	311,5	225	0,013333333			17,98660993	787,5	
31	29	0,103448276	11,88496139	101,5	60	0,05	14,03961124	210	90	0,033333333	15,24771181	315	226	0,013274336			17,99988427	791	
32	30	0,1	11,98496139	105					91	0,032967033	15,28067884	318,5	227	0,013215859			18,01310013	794,5	

Un calcul au tableur



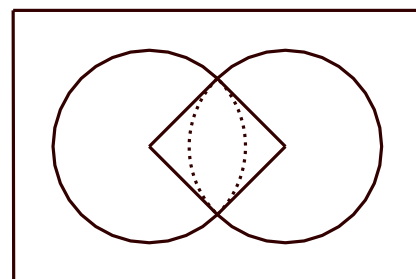
Un calcul avec Algobox
Le nombre maximal d'étage est 226 et la hauteur maximale de l'immeuble est 791m.

8 – Jasil

Le drapeau d'un pays imaginaire nommé Jasil est un rectangle de 1m sur 1,50m.

Le motif est composé de deux cercles de même rayon dont les deux points d'intersection et les deux centres forment un carré.

L'intérieur du carré est bleu, le domaine extérieur aux deux disques est rouge et le reste est blanc.



Quel doit être le rayon commun aux deux cercles (au mm près) pour que l'aire rouge représente la moitié de l'aire totale du drapeau ?

Éléments de solutions

Le drapeau a une aire de $1,5 \times 1 = 1,5\text{m}^2$.

L'aire A , intérieure aux deux cercles est composée de 6 quarts de disque de rayon R et du carré de côté R .

$$\text{Donc } A = R^2 + \frac{3}{2}\pi R^2 = R^2(1 + \frac{3}{2}\pi).$$

Et comme $A = 1,5/2 = 0,75$ Nous avons à résoudre $R^2(1 + \frac{3}{2}\pi) = 0,75$.

$$\text{Il vient : } R = \sqrt{\frac{0,75}{1 + \frac{3}{2}\pi}} \approx 0,350\text{m}.$$

Le rayon commun aux deux cercles est donc 0,350m au mm près.

9 – Escoupe

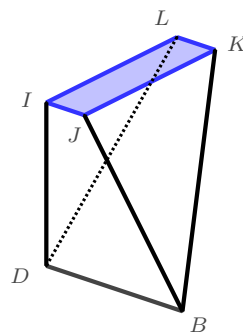
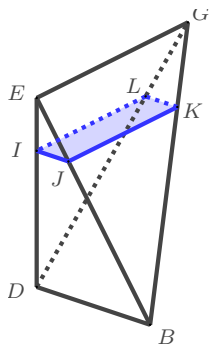
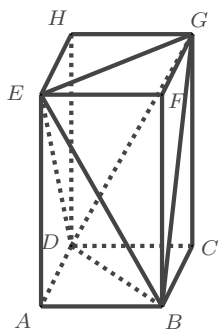
Une usine d'emballage doit fabriquer des boîtes en carton pour une chocolaterie.

Le concepteur de la boîte a réalisé un prototype en bois à partir d'un pavé droit.

Ce pavé avait une base carrée de 6 cm de côté et une hauteur de 8 cm.

Il a ensuite tronqué le pavé en retirant les quatre pyramides $EFGB$, $EGHD$, $DBAE$ et $DBCG$.

Peut-il faire une section plane, parallèle au segment $[EG]$ et au segment $[DB]$, de telle sorte que la longueur du rectangle $IJKL$ obtenu soit le double de la largeur.



Dessiner un patron de la boîte $IJKLDB$ avec son couvercle $IJKL$, dans le cas où la longueur est le double de la largeur.

Éléments de solutions

IJ et DB sont parallèles. Dans EDB , le théorème de Thalès s'applique. nous pouvons écrire : $\frac{IJ}{DB} = \frac{EJ}{EB}$
 De même EG et IK sont parallèles et le théorème s'applique à EGB . Nous pouvons donc écrire : $\frac{JK}{EG} = \frac{BJ}{BE}$

Mais $EG = DB$ et nous voulons que $JK = 2IJ$ donc $\frac{JK}{DB} = \frac{BJ}{BE} = \frac{2IJ}{DB}$

On obtient donc : $\frac{BJ}{BE} = \frac{2EJ}{BE}$ et donc $BJ = 2EJ$. J est donc au tiers de EJ à partir du point E .

