

**RALLYE MATHÉMATIQUE DE FRANCHE-COMTÉ 2015**  
**Qualifications du mardi 20 janvier 2015**

Les classes de Troisième doivent résoudre les problèmes 1 à 6.

Les classes de Seconde doivent résoudre les problèmes 4 à 9.

La classe doit rendre une seule réponse par problème traité **en expliquant la démarche**.

---

### 1 – Mont d'or

Dans une petite ferme du Haut-Doubs, Albert Sanglier est fabricant de sangles en épicéa appelées "targes", destinées à entourer les fromages appelés "Mont d'Or".

La saison de commercialisation du mont d'Or approche et il reste à Albert un stock de 8,30 mètres de targe.



Un fromager lui a déjà passé commande pour la fabrication de trois fromages de diamètre 29 cm.

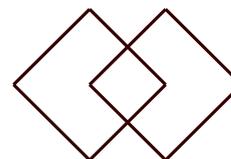
Il doit découper le reste de la sangle pour la fabrication de fromages de diamètres 12 cm et 15 cm, avec au moins un fromage de chaque sorte.

**Albert réalisant ses calculs au millimètre près, comment va-t-il couper la targe restante pour fabriquer le maximum de fromages en ayant le moins de perte possible ?**

### 2 – Carrément carré

Deux carrés de côtés quatre centimètres ont une diagonale sur la même droite.

Ils sont sécants comme l'indique le dessin ci-contre.



**Comment disposer ces deux carrés pour que les trois régions qu'ils déterminent aient la même aire ?**

Un artiste souhaite placer le motif obtenu précédemment dans un cadre carré.

Pour rendre son oeuvre harmonieuse le motif devra occuper la moitié de l'aire de ce cadre.

**Quelle est la dimension de ce cadre ?**

### 3 – Pouf décoré

Pour son anniversaire, Najat a bien envie d'un pouf, vu sur <http://www.êtrebienassis.com>

Celui-ci est composé de deux carrés de 50 cm de côté et de huit triangles équilatéraux.

Pour le personnaliser, elle brodera une ligne joignant les milieux de chacune des arêtes des faces latérales comme sur la photo ci-dessous.

**Dessiner un patron de son pouf personnalisé à l'échelle 1/10 et donner la mesure de la longueur de la ligne brodée.**

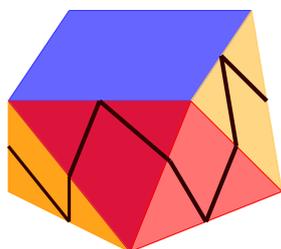
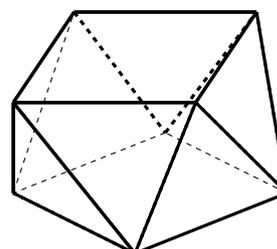


Photo du pouf personnalisé



Vue en perspective

## 4 – A bicyclette

Yves et Paulette prévoient une promenade à bicyclette le long du Doubs.

Yves dispose d'un VTC (vélo tout chemin) dont les roues ont 700 mm de diamètre et Paulette d'un mini-vélo pliant dont les roues ont 300 mm de diamètre.

Yves a un pédalier composé de 3 plateaux ayant respectivement 28, 38 et 48 dents et une roue libre à l'arrière, composée de 8 pignons ayant respectivement 13, 14, 16, 18, 20, 22, 24 et 26 dents.

Paulette a un pédalier muni d'un plateau de 53 dents et un pignon unique à l'arrière de 12 dents.

1. **Quel est, en mm, le développement unique de Paulette ?**
2. Pour cette promenade, Yves aimerait pédaler au même rythme que Paulette. Pour cela, il doit utiliser un développement le plus proche possible de celui de Paulette. **Quel est ce développement ?**

*Aide 1 : Le braquet est le quotient  $\frac{D}{d}$ , où  $D$  est le nombre de dents du plateau (à l'avant) et  $d$  est le nombre de dents du pignon de la roue libre (à l'arrière). Le développement est la distance parcourue en un tour de pédalier. Le développement se calcule en multipliant le braquet par la circonférence de la roue.*

*Aide 2 : pourquoi pas un tableur pour la question 2 ?*

## 5 – ZURMFc

Jean-Marc, opticien, gère un magasin d'une grande chaîne. Or la marque qu'il représente a, dans une campagne de publicité nationale, décidé de consentir sur les montures une remise égale en pourcentage à l'âge du client !



Dans la "pub", un homme de 55 ans se voit ainsi offrir une réduction de 55%.

C'est ainsi qu'aujourd'hui, Lucie, 16 ans, vient au magasin. Lucie est myope.

L'hérédité jouant un rôle dans cette myopie, elle est accompagnée de Maman, 45 ans, de Mamy, 74 ans et Grandmaman, qui a fêté hier ses 97 ans.

Lucie a choisi une monture à 95€, Maman en a choisi une à 110€ et Mamy en a choisi une à 125€.

Grandmaman s'arrête devant le présentoir des montures haut-de-gamme mais elle hésite encore. Dans le magasin, le prix de vente des montures est égal au triple du prix coûtant (achat + transport).

Malgré cela, Jean-Marc se demande s'il ne va pas vendre à perte à cause de cette publicité qu'il pense irresponsable.

**Quel est, à l'euro près, le prix de vente de la monture de Grandmaman à partir duquel Jean-Marc n'aura réalisé aucun bénéfice sur cette vente ?**

## 6 – Compte de Noël

Dans un petit village de 2015 habitations, numérotées de 1 à 2015, le Père Noël a décidé de faire sa tournée de la façon suivante :

Il commence par tous les numéros se terminant par 0, dans l'ordre croissant : 10, 20, 30, ... jusqu'à épuisement des numéros se terminant par 0.

Viennent alors les numéros se terminant par 1 :

1, 11, 21, ... jusqu'à épuisement des numéros se terminant par 1. Et ainsi de suite ...



Le Père Noël commence sa tournée à minuit. Il doit déposer les cadeaux dans chaque maison et il met en moyenne 15 secondes par cheminée.

**A quelle heure le Père Noël déposera-t-il les cadeaux des enfants qui habitent au numéro 2015 ? Le Père Noël aura-t-il fini sa tournée à 8h30, heure à laquelle les enfants vont se précipiter au pied du sapin ?**

## 7 – Attention au surplomb !

Joseph est lycéen et aimerait devenir architecte. En attendant, il dessine des immeubles de style très audacieux.

Un jour, il découvre la photo ci-contre d'un édifice de Rotterdam, où chaque bloc de trois étages est en surplomb par rapport au bloc situé juste en dessous.



L'immeuble de Rotterdam



Le Burj Khalifa à Dubaï

Il conçoit alors le projet suivant :

- Chaque étage est un carré de 18 mètres de côté.
- Entre le rez-de-chaussée et le premier étage, il y aura un surplomb de 3 mètres.
- Entre le premier et le deuxième étage, il y aura un surplomb de  $3/2$  mètres, soit 1,5 mètre.
- Entre le deuxième et le troisième étage, il y aura un surplomb de  $3/3$  mètres, soit 1 mètre.
- Entre le troisième et le quatrième étage, il y aura un surplomb de  $3/4$  mètres ...

Joseph souhaite continuer selon la règle précédente le plus longtemps possible mais, pour éviter un problème d'équilibre, il décide que le surplomb total (entre le rez-de-chaussée et le dernier étage) sera inférieur à 18 mètres.

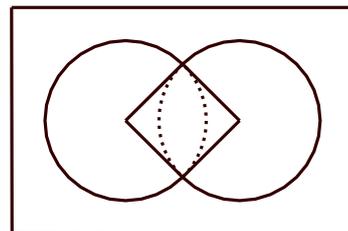
**Sachant qu'un étage a une hauteur de 3,50 mètres, l'immeuble de Joseph pourra-t-il dépasser les 828 mètres du "Burj Khalifa" situé à Dubaï et qui est actuellement le gratte-ciel le plus haut de la planète ?**

## 8 – Jasil

Le drapeau d'un pays imaginaire nommé Jasil est un rectangle d'un mètre sur un mètre cinquante.

Le motif est composé de deux cercles de même rayon dont les deux points d'intersection et les deux centres forment un carré.

L'intérieur du carré est bleu, le domaine extérieur aux deux disques est rouge et le reste est blanc.



**Quel doit être le rayon commun aux deux cercles (au mm près) pour que l'aire rouge représente la moitié de l'aire totale du drapeau ?**

## 9 – Escoupe

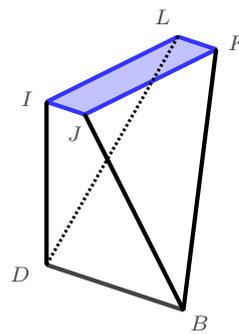
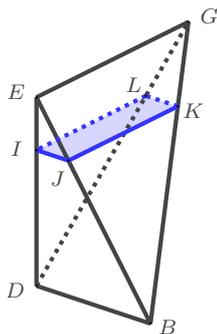
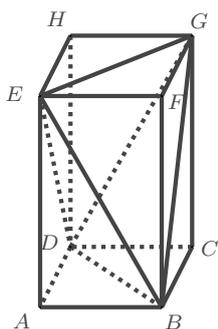
Une usine d'emballage doit fabriquer des boîtes en carton pour une chocolaterie.

Le concepteur de la boîte a réalisé un prototype à partir d'un pavé droit.

Ce pavé avait une base carrée de 8 cm de côté et une hauteur de 12 cm.

Il a ensuite tronqué le pavé en retirant les quatre pyramides  $EFGB$ ,  $EGHD$ ,  $DBAE$  et  $DBC G$ .

**Peut-il faire une section plane, parallèle aux droites  $(EG)$  et  $(BD)$ , afin d'obtenir un rectangle  $IJKL$  dont la longueur est le double de la largeur ?**



**Dessiner un patron d'une telle boîte  $IJKLDB$  avec son couvercle  $IJKL$  dans le cas où la longueur est le double de la largeur.**

Etablissement :	Ville :
Nom du professeur de mathématiques :	Classe : <i>Effectif de la classe :</i>

**Fiche réponse du problème n°**