

**RALLYE MATHÉMATIQUE DE FRANCHE COMTÉ 2016-2017**  
**Exercices d'entraînement**

Les classes de Troisième doivent résoudre les problèmes 1 à 6.

Les classes de Seconde doivent résoudre les problèmes 4 à 9.

La classe doit rendre une seule réponse par problème traité **en expliquant la démarche**.

---

**1 – Code**     *(finale avril 2011)*

Lili possède un diamant d'une valeur inestimable qu'elle garde dans un coffre protégé par un code secret. Si on multiplie ce code par 7, on obtient un nombre qui ne contient que des 9 et qui a moins de 40 chiffres. Max a trouvé six codes différents qui conviennent.

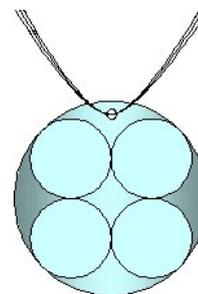
**Trouvez-en au moins deux. Justifiez votre réponse.**

**2 – Bijoux**     *(finale 2008)*

Maëlie est créatrice de bijoux fantaisie.

Pour sa collection d'été, elle a imaginé le modèle ci-contre qu'elle a réalisé de la façon suivante :

Sur un disque en acier de 5 cm de diamètre, elle a collé quatre petites plaques émaillées identiques qui sont tangentes entre elles mais aussi tangentes au disque support.



**Combien mesure le rayon des plaques émaillées que Maëlie a utilisées ? Vous ferez apparaître votre démarche.**

**3 – Table hexagonale**     *(qualification 2007)*

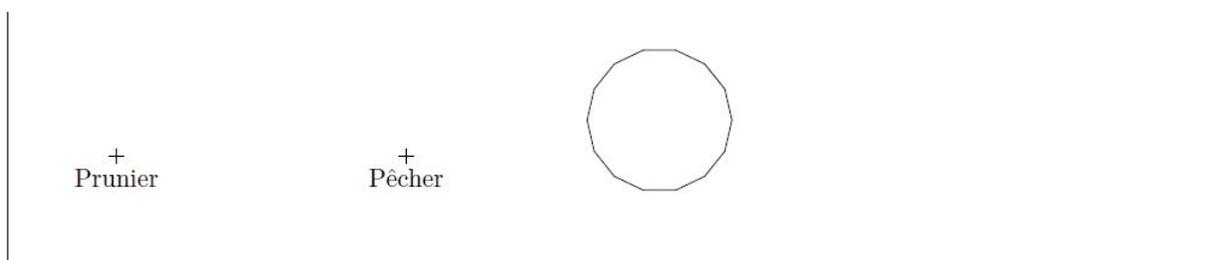
Le collège de Lode dispose de cinquante tables dont le plateau est un trapèze isocèle, les côtés mesurant respectivement 50, 50, 50 et 100 centimètres.

Les élèves de troisième X désirent les juxtaposer pour réaliser une grande table ayant la forme d'un hexagone régulier plein.

**Représenter à l'échelle  $1/50^{\text{ème}}$  la plus grande table qu'ils peuvent réaliser.**

#### 4 – Plantation (qualification 2007)

Dans son verger, Monsieur Sapin désire planter un pommier aligné avec le prunier et le pêcher déjà existants. Mais un rocher l'empêche de réaliser une visée directe. Il dispose d'une grande ficelle sur laquelle il peut faire des marques avec sa bombe rouge, et de piquets pour marquer les emplacements.



Donner les différentes étapes lui permettant de réaliser sa plantation pour que :

1. les trois arbres soient alignés ;
2. le pommier soit à 10 mètres du pêcher, prunier et pêcher étant distants de 4 mètres.

#### 5 – Boissons fraîches (finale 2006)

En ce dimanche de juin, Freddy patine sur ses rollers depuis plus de deux heures lorsqu'il aperçoit un distributeur de boissons fraîches devant un supermarché. La cannette coûte deux euros. La machine accepte toutes les pièces de notre monnaie (depuis 2 € jusqu'à 1 cent), mais ne rend pas la monnaie.

En vidant ses poches, Freddy constate avec soulagement qu'il a plus que la somme nécessaire et qu'il pourra donc étancher sa soif.

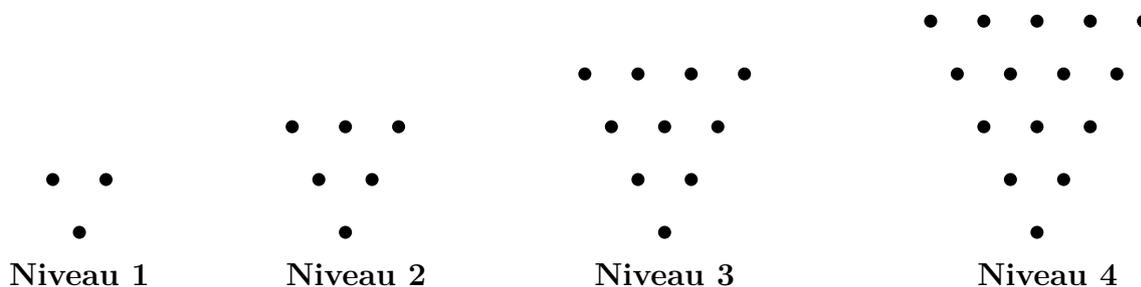
Il constate ensuite qu'il ne peut pas faire l'appoint et que sa cannette lui coûtera plus de deux euros.

Il s'aperçoit enfin qu'il a la malchance d'avoir la somme maximale ne lui permettant pas de faire l'appoint.

**Quelle somme avait-il donc avant d'acheter sa cannette ? Quelle somme lui restera-t-il après son achat ?**

#### 6 – Strike ! (finale 2009)

Willem est passionné de jeux vidéo. Sur la toute dernière console à la mode, il est devenu expert au bowling. A chaque niveau, le nombre de quilles à abattre augmente.



Après avoir joué pendant des heures durant, il s'endort épuisé et rêve !

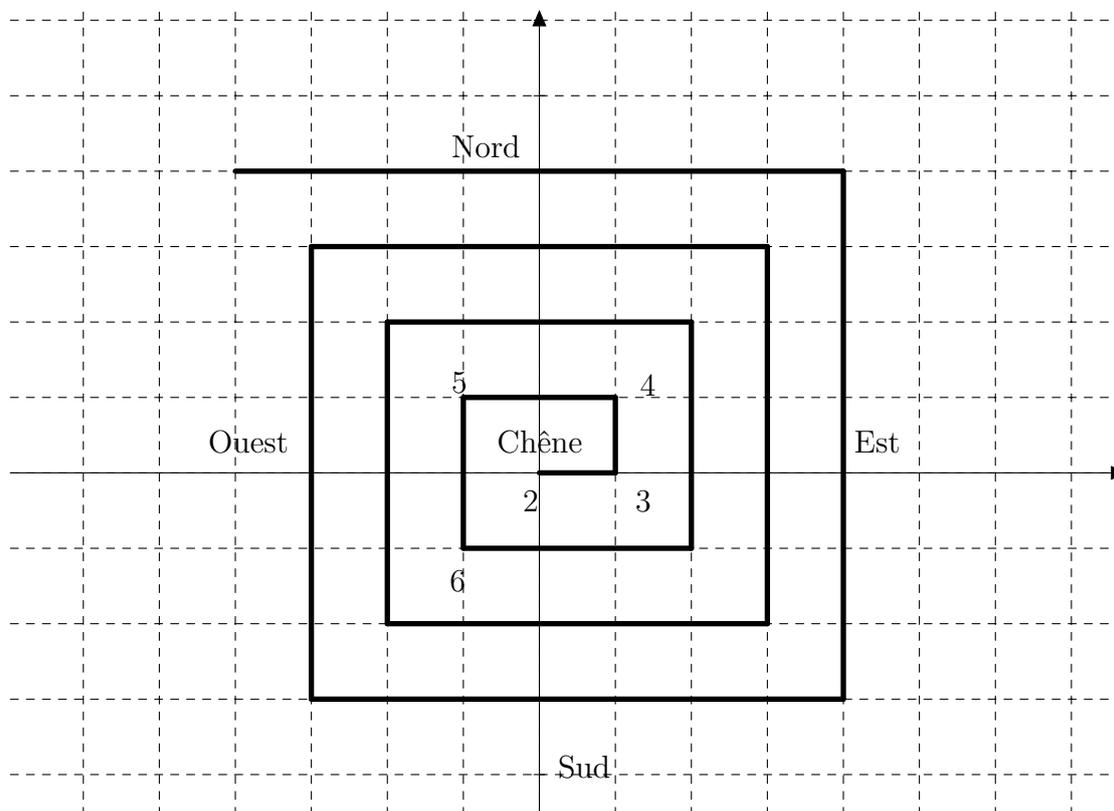
"Du jamais vu dans l'univers, le précédent record de 10 011 quilles abattues au 140<sup>e</sup> niveau vient d'être battu ! Willem vient de réussir le 150<sup>e</sup> niveau "

**Combien de quilles aurait-il fait tomber au 150<sup>e</sup> niveau pour réaliser son rêve ? Justifiez votre démarche.**

## 7 – Le fol écureuil (qualification 2009)

Un écureuil rigoureux et courageux décide d'enterrer sa récolte de noisettes de façon logique. Ainsi, au cœur de l'hiver, quand la neige aura modifié le paysage, il saura retrouver rapidement son butin.

Au pied du plus grand chêne de la forêt, il dépose 2 noisettes, puis se dirige à l'est sur 1 mètre et dépose 3 noisettes. Il prend ensuite la direction du nord sur 1 mètre et dépose 4 noisettes, celle de l'ouest sur 2 mètres et dépose 5 noisettes et celle du sud sur 2 mètres et dépose 6 noisettes et ainsi de suite en tournant autour du grand chêne comme l'indique la spirale ci-dessous.



Se sachant très gourmand, il s'assure une grosse récolte à l'automne.

La neige tombée, l'écureuil souhaite retrouver le plus rapidement possible l'endroit où il a caché 15 noisettes.

**Calculez la plus courte distance à parcourir** (en valeur exacte et en valeur approchée au mètre près).

**Et s'il voulait retrouver l'endroit où il aurait caché 2009 noisettes, quelle serait la distance du plus court chemin à partir du grand chêne ?**

**Vous détaillerez le plus possible votre démarche.**

## 8 – Météo (Finale 2006)

Monsieur André, passionné de météorologie, rêve de statistiques.

Ainsi, durant le mois d'octobre dernier, il a relevé les données pluviométriques suivantes :

- La quantité d'eau tombée chaque jour de ce mois est soit 0 mm, soit 1 mm, soit 2 mm, soit 5 mm.
- Le nombre de jours sans pluie durant octobre est un nombre premier.
- Le nombre de jours où il est tombé moins de 2 mm est aussi un nombre premier.
- Le nombre de jours où il est tombé moins de 3 mm est aussi un nombre premier.
- La hauteur d'eau totale, exprimée en millimètres, tombée en octobre est un nombre impair.

Le problème a plusieurs solutions.

Déterminez-en une que vous reporterez dans le tableau de la fiche réponse :

|                  |   |   |   |   |
|------------------|---|---|---|---|
| Hauteur( en mm)  | 0 | 1 | 2 | 5 |
| Nombres de jours |   |   |   |   |

La hauteur d'eau totale est alors de ...

**En fait, dans toutes les solutions, le nombre de jours sans pluie est toujours le même. Pourquoi ?**

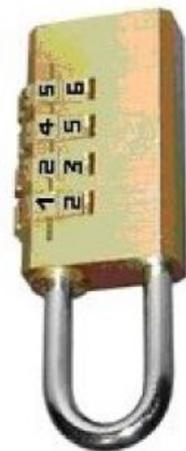
## 9 – Cadenas (Qualification 2008)

Le lycée met à disposition de Margot un casier pour qu'elle puisse y ranger ses affaires. Ses parents lui ont donné un cadenas semblable à celui dessiné ci-contre.

La combinaison du cadenas est formée de quatre chiffres tous compris entre 0 et 7.

Pour se souvenir de la combinaison, Margot (qui se passionne pour l'arithmétique) se rappelle que :

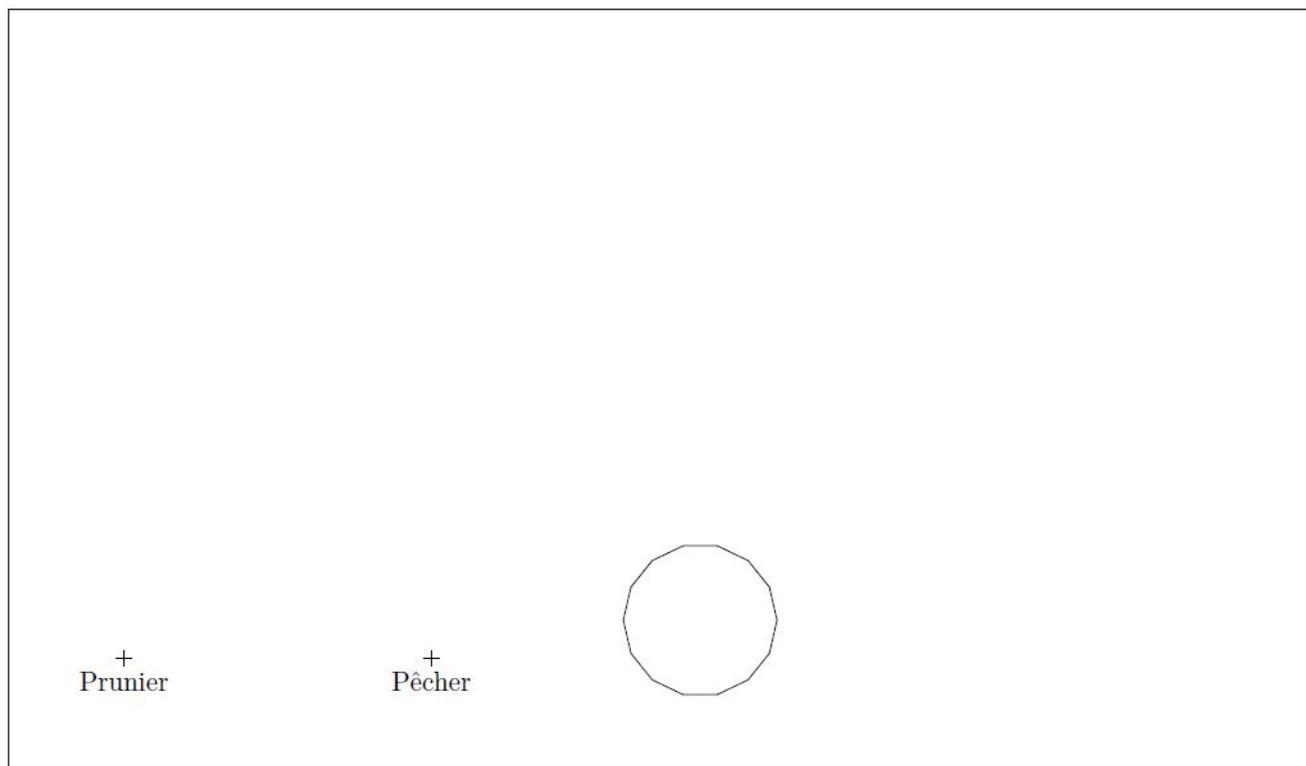
- les quatre chiffres de la combinaison sont tous différents les uns des autres.
- les deux premiers chiffres sont des nombres premiers dont la somme est aussi un nombre premier.
- la somme des trois premiers chiffres est un nombre premier.
- la somme des trois derniers chiffres est aussi un nombre premier.



**Citez toutes les combinaisons que Margot peut essayer pour être sûre d'ouvrir le cadenas.**

|                                      |  |
|--------------------------------------|--|
| Établissement :                      | Ville :                                    |
| Nom du professeur de mathématiques : | Classe :<br><i>Effectif de la classe :</i> |

**Fiche réponse de l'exercice n° 4**



|                                      |  |
|--------------------------------------|--|
| Établissement :                      | Ville :                                    |
| Nom du professeur de mathématiques : | Classe :<br><i>Effectif de la classe :</i> |

**Fiche réponse de l'exercice n° 8**

|                          |   |   |   |   |
|--------------------------|---|---|---|---|
| Hauteur ( en <i>mm</i> ) | 0 | 1 | 2 | 5 |
| Nombres de jours         |   |   |   |   |

**La hauteur d'eau totale est alors de ...**

**Pourquoi le nombre de jours sans pluie est toujours le même ?**

|                                      |  |
|--------------------------------------|--|
| Etablissement :                      | Ville :                                    |
| Nom du professeur de mathématiques : | Classe :<br><i>Effectif de la classe :</i> |

**Fiche réponse du problème n°**