Compte-rendu d'une expérimentation en classe de seconde

Travail mené avec une classe de seconde sur plusieurs semaines.
Chaque exercice a été donné en devoir en temps libre, (accompagné d'un autre exercice sur un thème différent), dans des devoirs non consécutifs, sur une période s'étendant de novembre à mars.

Exercice N°1. Algorithme de Kaprekar

On s'intéresse ici aux nombres de 3 chiffres, tous distincts. Cet algorithme consiste à associer à un nombre quelconque n un autre nombre K(n) généré de la façon suivante :
1) On considère les chiffres de n. On appelle P le plus petit nombre de 3 chiffres que l'on peut écrire à partir de ces chiffres *(les chiffres de n sont donc alors rangés dans l'ordre croissant)* et G le plus grand nombre que l'on peut écrire dans les mêmes conditions *(les chiffres de n sont donc alors rangés dans l'ordre décroissant)*.
2) On pose K(n) = G - P.
3) On itère ensuite le processus avec K(n).
Exemple : Si on commence avec 634, on obtient : K(634) = 643 − 346 = 297. En répétant le processus : K(297) = 972 − 279 = 693, puis K(693) = 963 − 369 = 594, K(594) = 954 − 459 = 495, K(495) = 954 − 459 = 495, et on obtient ensuite toujours 495.
Question : effectuer cet algorithme avec 2 entiers différents de 3 chiffres.

Commentaires
Cet énoncé permet juste aux élèves de prendre connaissance de l'algorithme de Kaprekar, et permet aussi d'émettre la conjecture en classe, suite aux différents calculs effectués par les élèves.

Exercice N°2. Étude d'un algorithme

1) Quel est le but de l'algorithme ci-contre ?
2) Écrire un algorithme demandant à l'utilisateur de saisir 3 réels et restituant le plus grand des 3.

Exercice 2, question 1)

```
Variables
    3 variables réelles x, y, z
Traitement
    Saisir x et y.
    Si x < y
        | alors z ← y
        | sinon z ← x
    Fin Si
Sorties
    Afficher z.
```

Commentaires
La question 1) n'a posé aucun souci particulier.

Plusieurs propositions différentes pour la question 2) :

- **l'algorithme 1.1** teste d'abord si l'un des nombres est supérieur aux deux autres, et si ce n'est pas le cas, il teste quel est le plus grand de ces deux autres. Il comporte un travail éventuel sur la signification du « sinon » dans la boucle : l'exprimer en texte n'est pas compliqué (x n'est pas le plus grand entier) mais l'exprimer avec des inégalités nécessite plus de travail (le « et » qui devient « ou »...)
- **l'algorithme 1.2** compare deux entiers et compare ensuite, dans une autre boucle, le plus grand de ces deux-là à l'entier restant. Pas de souci de compréhension mais nécessité d'introduire encore une variable supplémentaire.
- **L'algorithme 1.3** compare deux entiers, puis le plus grand de ces deux-là à l'entier restant, tout ceci à l'aide de « si » imbriqués. Travail sur les « si », « sinon »...

Algorithme 1.1

```
Variables
    4 variables réelles x, y, z, t
Traitement
    Saisir x, y, z.
    Si x > y et x > z
        | alors t ← x
        | sinon
        |     | si y > z
        |     |     | alors t ← y
        |     |     | sinon t ← z
        |     | Fin Si
    Fin Si
Sorties
    Afficher t.
```

Algorithme 1.2

```
Variables
    5 variables réelles x, y, z, t, u
Traitement
    Saisir x, y, z.
    Si x < y
        | alors t ← y
        | sinon t ← x
    Fin Si
    Si t < z
        | alors u ← z
        | sinon u ← t
    Fin Si
Sorties
    Afficher u.
```

Algorithme 1.3

```
Variables
    4 variables réelles x, y, z, t
Traitement
    Saisir x, y, z.
    Si x > y
        | alors
        |     | si x > z
        |     |     | alors t ← x
        |     |     | sinon t ← z
        |     | Fin Si
        | sinon
        |     | si y > z
        |     |     | alors t ← y
        |     |     | sinon t ← z
        |     | Fin Si
    Fin Si
Sorties
    Afficher t.
```

Exercice N°3. Élaborer un algorithme

Écrire un algorithme permettant de déterminer le chiffre des unités d'un nombre d'un entier quelconque.

Commentaires

Exercice qui a laissé bien des élèves perplexes !
Une proposition de réponse (l'algorithme 3.1) qui a ensuite été amélioré en classe avec l'introduction de la fonction partie entière (notée E ici)

Algorithme 3.1

Variables
1 variable entière x
Traitement
Saisir x.
Tant que $x > 10$
$x \leftarrow x - 10$
Fin Tant que
Sorties
Afficher x.

Algorithme 3.2

Variables
1 variable entière x
Traitement
Saisir x.
$x \leftarrow x - 10*E\left(\dfrac{x}{10}\right)$
Sorties
Afficher x.

Exercice N°4. Kaprekar avec un outil informatique

1) Dans le DM..., exercice ..., nous avions effectué un algorithme de calculs sur des nombres entiers à 3 chiffres, appelé algorithme de Kaprekar. Redonner un exemple, et rappeler la conjecture énoncée en classe.
2) Dans le DM... , exercice ..., nous avions vu un algorithme permettant de déterminer le chiffre des unités d'un nombre d'un entier quelconque. Comment obtenir aussi le chiffre des dizaines et le chiffre des centaines d'un nombre entier à 3 chiffres ?
3) Dans le DM..., exercice ..., nous avions vu comment déterminer à l'aide d'un algorithme le plus grand de 3 nombres donnés. Comment classer par ordre décroissant trois nombres donnés ?
4) En déduire un algorithme qui permettrait "d'automatiser" les calculs effectués à la question 1).

Commentaires

Exercice à proposer éventuellement sous une forme moins "directive" suivant la classe concernée pour les questions 2) et 3).
La question 4) est par contre relativement ouverte :

- Combien de calculs effectuer à partir d'un nombre donné ? Test d'arrêt ?
- Possibilité d'effectuer l'algorithme pour tous les nombres entiers et de valider ainsi la conjecture ? Effectuer alors un "tri" des entiers *(3 chiffres tous distincts)* avant l'algorithme ou étudier à posteriori les réponses "non conformes" ?

Cet exercice peut se prolonger par la démonstration à l'aide du calcul littéral, et une comparaison des méthodes utilisées.

Exercice N°5. Kaprekar avec du calcul littéral

On appelle a, b, c les trois chiffres obtenus à partir de l'entier initial dans l'algorithme de Kaprekar, rangés dans l'ordre décroissant.
1) Factoriser l'expression obtenue en effectuant la différence entre le plus grand nombre et le plus petit nombre de 3 chiffres que l'on peut écrire à partir de a, b, c.
2) Quelles valeurs peut prendre $a - c$? Étudier les différents cas. *(raisonnement par disjonction des cas)*
3) Conclure.