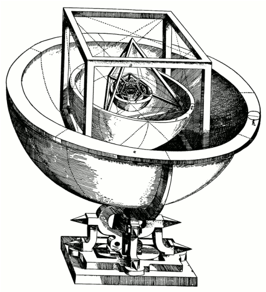

KEPLER et la recherche d'une explication géométrique de l'Univers

D'après *Mysterium cosmographicum (Le secret du monde)* publié en 1596

À la fin du 16^e siècle, deux modèles de l'univers coexistent.
- Le **modèle de Ptolémée** : c'est un modèle appelé **géocentrique**, c'est-à-dire que la Terre est au centre de l'Univers, elle est fixe.
- Le **modèle de Copernic** : c'est un modèle appelé **héliocentrique**, c'est-à-dire que la Terre et les autres planètes se déplacent autour du Soleil.

Kepler défend le modèle héliocentrique, et pour apporter un argument à la supériorité de ce modèle, il tente de trouver, avec ce modèle, une explication géométrique de l'Univers. C'est cette recherche qu'il raconte dans *Mysterium cosmographicum*, publié en 1596. Cette fiche propose de reprendre quelques éléments de la démarche qu'il a utilisée.

1. **Modèle Copernicien de l'Univers**
   Dans le modèle de Copernic, la Terre et les cinq autres planètes connues à l'époque tournent sur un cercle. Le centre de ce cercle n'est pas le Soleil, mais un point « mathématique » que nous noterons α.

Nom des planètes	Mercure	Vénus	Terre	Mars	Jupiter	Saturne
Diamètre (en km)	4878	12104	12796	6794	142894	120536
Distance au centre du cercle (en millions de km)	57,9	108,2	149,6	227,9	778,3	1427,0

   (a) Faire une figure de l'Univers dans ce modèle.
   (b) Quelles sont les autres planètes du système solaire connues actuellement ? Faire une nouvelle figure avec l'ensemble des planètes.

2. **Des polygones réguliers entre les trajectoires des planètes**
   En observant les trajectoires de Jupiter et de Saturne, Kepler remarque que l'on peut mettre entre les deux un triangle équilatéral de telle sorte que :
   - la trajectoire de Saturne est le cercle circonscrit au triangle équilatéral ;
   - la trajectoire de Jupiter est le cercle inscrit dans le triangle équilatéral.

   (a) Tracer un triangle équilatéral de côté 10 cm. Tracer le cercle C_1 circonscrit au triangle. Calculer le rayon R_1 du cercle C_1.
   (b) Tracer le cercle C_2 inscrit dans le triangle. Calculer le rayon R_2 du cercle C_2.
   (c) Comparer les rayons R_1 et R_2.
   (d) Entre quelles planètes peut-on envisager d'intercaler un triangle équilatéral ?
   (e) Kepler a ensuite essayé d'intercaler de la même façon un carré entre les trajectoires de Jupiter et de Mars (inscrit dans la trajectoire de Jupiter et circonscrit à celle de Mars). Est-ce possible ?

3. **Des polyèdres réguliers entre les trajectoires des planètes**
   Après avoir essayé d'intercaler des polygones réguliers, Kepler essaie ensuite d' intercaler des polyèdres réguliers entre les trajectoires des planètes.
   (a) Faire une recherche pour trouver le nom et la nature des différents polyèdres réguliers.
   Combien en existe-t-il ?
   (b) Pourquoi le fait de pouvoir intercaler ainsi les différents polyèdres réguliers donne-t-il un argument en faveur du système de Copernic, plutôt qu'en celui de Ptolémée ?
   (c) Réaliser un patron de chacun des polyèdres réguliers.

Kepler's diagram in Chapter 24

KEPLER et la recherche de positions de la Terre dans l'Univers
D'après le chapitre 24 de *Astronomie Nouvelle*, publié en 1609

Kepler est chargé en l'an 1600 de déterminer la trajectoire exacte de la planète Mars. Il pensait pouvoir régler le problème assez vite, mais des écarts entre ses calculs théoriques et les observations de ces prédecesseurs lui font remettre en cause la trajectoire de la Terre. Cette fiche propose de déterminer des positions de la Terre dans l'Univers, en utilisant des observations faites depuis la Terre (celles données dans le chapitre 24 de *Astronomie Nouvelle*) et une méthode semblable à celle de Kepler.

1. **La loi des Sinus**
   (a) Vous connaissez des formules trigonométriques vraies dans un triangle rectangle. Lesquelles ?
   (b) Il existe aussi d'autres formules trigonométriques vraies dans un triangle ABC quelconque.
   Parmi celles-ci, **la loi des sinus** : $\boxed{\dfrac{AB}{\sin(\widehat{C})} = \dfrac{BC}{\sin(\widehat{A})} = \dfrac{AC}{\sin(\widehat{B})}}$
   Montrer cette égalité dans le cas d'un triangle acutangle.
   (c) On admet que cette formule est vraie dans n'importe quel triangle. Donnez un exemple d'utilisation pour calculer des longueurs ou des angles dans un triangle.
2. **Se repérer en mer**
   Ulysse navigue sur son bateau au large de la Corse, dans le golfe de Sagone. Pour déterminer sa position, Ulysse va se repérer par rapport à deux pointes qu'il connaît bien : Punta di Trio (point A) et Punta San Giuseppe (point B). Il mesure que par rapport au Nord, Punta di Trio se trouve à 38° vers l'est, et Punta San giuseppe à 97° vers l'est.
   (a) Déterminer la position du bateau d'Ulysse sur la carte.
   (b) On sait que AB = 4 km, et que la demi-droite [AB) fait un angle de 115° avec le Nord. Déterminer les longueurs des côtés et les mesures des angles du triangle ABU, où U désigne la position du bateau d'Ulysse.
3. **La Terre dans l'Univers**
   Ulysse a pu déterminer la position de son bateau en se repérant à partir de deux points connus sur la carte. De la même façon, Kepler cherche à déterminer la position de la Terre dans l'univers en se repérant à partir de deux points fixes de l'univers. Voici les hypothèses qu'il utilise :
   – Les planètes tournent sur un cercle de centre connu (il appelle ce centre « point d'égalité » et le note α).
   – La période de rotation de la planète Mars est égale à 687 jours : tous les 687 jours, Mars se retrouve au même endroit.
   Les données utilisées par Kepler sont les suivantes, la lettre T désignant la Terre, et la lettre κ la planète Mars.

	5/03/1590	21/01/1592	8/12/1593	26/10/1595
$\widehat{\alpha T\kappa}$	32° 7' 14"	60° 3' 3"	96° 22' 14"	174° 58' 50"
$\widehat{T\kappa\alpha}$	20° 47' 45"	35° 46' 23"	42° 21' 30"	3° 23' 5"

   (a) La planète Mars se retrouve-t-elle au même endroit de l'univers aux quatre dates du tableau ?
   (b) Quels sont les deux points fixes de l'univers utilisés par Kepler ? Placer ces deux points sur une feuille.
   (c) Construire les quatre positions de la Terre qui correspondent aux données du tableau.
   (d) Avec ces données, la Terre se trouve-t-elle sur un cercle centré en α ?
4. **La trajectoire des planètes**
   Au final, après des années de travaux combinant calculs et observations, Kepler montrera que les trajectoires des planètes sont des ellipses, dont le soleil occupe l'un des foyers. Cette propriété est connue sous le nom de « Première loi de Kepler ».
   (a) Tracer une ellipse en utilisant une ficelle.
   (b) Préciser le vocabulaire « grand axe », « petit axe », « foyer » concernant l'ellipse.
   (c) Avec les données suivantes : la trajectoire de la Terre est une ellipse d'excentricité 0,017, celle de Mars une ellipse d'excentricité 0,093, tracer (sur des figures séparées) les trajectoires des planètes Terre et Mars.
   L'excentricité est le rapport : $\dfrac{\textit{Distance entre les foyers}}{\textit{Longueur du grand axe}}$