

Activité tableur

Problème 1 :

Le document 1 recense les 27 listes de trois nombres entiers, ces entiers étant choisis dans l'ensemble $\{1 ; 2 ; 3\}$

la colonne B indique le premier élément de la liste

la colonne C indique le deuxième élément de la liste

la colonne D indique le troisième élément de la liste

Nous voulons recenser parmi ces listes, celles qui sont formées de trois nombres différents.

1. En colonne E, calculer la somme des trois éléments de la liste
2. En colonne F, entrer une formule permettant de sélectionner les listes de somme 6
3. A-t-on répondu au problème ? Pourquoi ?
4. Modifier la formule précédente ou compléter le raisonnement par une formule en colonne G pour répondre au problème.

Problème 2 :

Le document 2 recense les 256 listes de quatre nombres entiers, ces entiers étant choisis dans l'ensemble $\{1 ; 2 ; 3 ; 4\}$

les colonnes B, C, D, E indiquent le premier, deuxième, troisième et quatrième élément de la liste.

Nous voulons recenser parmi ces listes, celles qui sont formées de quatre nombres différents.

1. En colonne F, calculer le produit des quatre éléments
2. En colonne G, entrer une formule permettant de sélectionner les listes de produit 24
3. A-t-on répondu au problème ? Pourquoi ?
4. Répondre par V (vrai) ou F (faux) aux propositions logiques suivantes
 - Pour que la liste soit acceptée, il faut que le produit soit 24
 - Un produit 24 est nécessaire pour accepter une liste
 - Pour que la liste soit acceptée, il suffit que le produit soit 24
 - Un produit 24 est suffisant pour accepter une liste
 - Si le produit est 24, alors la liste est acceptée
 - Si la liste est acceptée, alors le produit est 24
 - Si le produit n'est pas 24, alors la liste est refusée
 - Si la liste est refusée, alors le produit n'est pas 24
 - Pour refuser une liste, il suffit que le produit ne soit pas 24
 - Pour refuser une liste, il faut que le produit ne soit pas 24
5. On s'intéresse à l'égalité de deux nombres
 - La condition « leur différence est nulle » est-elle nécessaire pour obtenir l'égalité des deux nombres ?
 - La condition « leur différence est nulle » est-elle suffisante pour obtenir l'égalité des deux nombres ?
6. On s'intéresse à la nullité d'un produit de plusieurs facteurs.
 - La condition « l'un des facteurs est nul » est-elle suffisante pour que le produit soit nul ?
 - La condition « l'un des facteurs est nul » est-elle nécessaire pour que le produit soit nul ?
7. Effacer le contenu des colonnes F et G, puis, en utilisant les propriétés évoquées en 5. et 6., écrire une formule en colonne F qui sélectionne les listes écrites avec 4 chiffres différents.

Devoir maison:

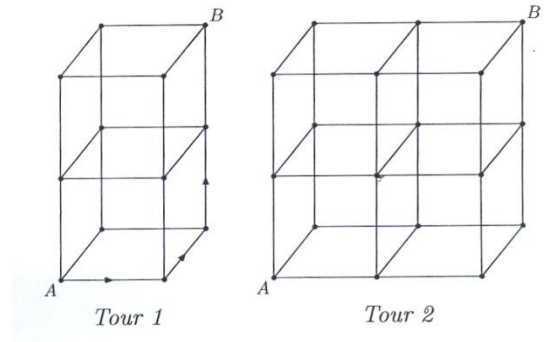
Problème 3 : (RMFC 2006)

Chaque jour, les sapeurs pompiers de LODE doivent faire un parcours d'entraînement physique et technique. Un des exercices, consiste à progresser sur des poutrelles métalliques disposées en réseau cubique.

Pour cela, ils disposent de deux tours, de six mètres de hauteur, dont les schémas sont disposés ci-contre.

Les consignes sont les suivantes :

- . partir de A.
- . suivre un chemin, le plus court, composé d'arêtes de « cubes » pour progresser (sens indiqué sur trois arêtes de la tour 1) et arriver en B.



Le sapeur TIN MAR a pour consigne supplémentaire de réaliser chaque jour un chemin différent, sur l'une des tours.

Combien de jours lui faudra-t-il pour réaliser tous les chemins possibles sur la tour 1 ?

1. Pourquoi un chemin sur la tour 1 revient-il à choisir une liste de 4 entiers formée par les nombres {1 ; 2 ; 3 ; 3}
2. Reprendre le document 2 original et déterminer en colonne E une condition nécessaire et suffisante pour que la liste étudiée représente un chemin .

Exercice :

Les affirmations suivantes sont-elles vraies ou fausses? Justifier votre réponse.

On rappelle que pour justifier qu'une affirmation est fausse, il suffit de donner un contre exemple.

- 1- Si un quadrilatère est un carré, alors c'est un rectangle ou un losange.
- 2- Pour que trois points A, B et C soient alignés, il faut que $AB + BC = AC$.
- 3- Un quadrilatère dont les diagonales sont de même longueur est un rectangle.
- 4- Pour qu'un point soit le milieu d'un segment, il suffit qu'il soit équidistant de ses extrémités.
- 5- Pour qu'un point soit le milieu d'un segment, il faut qu'il soit équidistant de ses extrémités.

Compte rendu de l'expérimentation de "l'activité tableur" en classe de seconde.

* Objectifs : travailler les notions de condition nécessaire et de condition suffisante.

* Enoncé : voir documents "activité tableur"

* Conditions:

Dans une classe de seconde de 34 élèves, par demi classe en salle informatique.

Un document photocopié précisant le travail à effectuer est fourni aux élèves ainsi que deux documents sur tableur.

Première séance

Seul le problème 1 est abordé au cours de cette séance.

L'utilisation du tableur se fait sans difficultés particulières. La plupart des élèves tapent " $=E2=6$ " en F2 comme formule de test. Seul un élève se souvient que nous avons déjà utilisé la fonction SI et la réinvestit, avec mon aide. Je projette au tableau les deux versions proposées. Dans la première une succession de "VRAI FAUX" s'affiche alors que dans la seconde, "ok" s'affiche lorsque le test est vrai sinon, la cellule reste vide.

En observant les résultats obtenus, on constate que ce test permet bien de repérer toutes les listes conformes mais aussi d'autres qui ne le sont pas (comme 222 par exemple).

On dira que la condition "la somme est 6" est une condition nécessaire mais pas suffisante.

On formule alors cette idée de plusieurs façons :

↪ "Si les chiffres sont différents alors la somme est 6" (formulation la plus utilisée au collège donc la plus familière aux élèves)

↪ "Pour que les chiffres soient différents, il faut que la somme soit 6"

↪ "La somme est 6 est nécessaire pour avoir des chiffres différents"

↪ "Si la somme est 6 alors les chiffres ne sont pas tous différents"

↪ "Pour que les chiffres soient tous différents, il ne suffit pas que la somme soit 6"

Les élèves abordent alors 4°) du problème 1.

Plusieurs solutions sont proposées:

- (1) " $=SOMME.CARRES(B2;C2;D2)$ " dans E2 puis " $=E2=14$ " dans F2;
- (2) " $=ET(E2=6; B2*E2*C2>4)$ " dans F2 qui ne permet pas d'éliminer la liste 222;
- (3) " $=B2*C2*D2$ " dans E2 puis " $=E2=6$ " ou " $=SI(E2=6;"ok";" ")$ " dans F2 qui est la réponse la plus fréquente.

Nous concluons que la condition " le produit est 6" permet de mettre en évidence toutes les listes conformes et seulement les listes conformes. On dit que c'est une condition équivalente à "les chiffres sont différents" ou qu'elle est nécessaire et suffisante ou encore que " les chiffres sont différentes si et seulement si leur produit est 6".

Remarques:

- La formule de SI permettant une meilleure visualisation du résultat du test a été adoptée par de nombreux élèves dans cette question ;
- Il reste quelques élèves qui n'ont aucune idée de ce qu'ils pourraient tester, ils gèrent les questions de façon trop indépendante: ils n'ont plus à l'esprit ce qui a déjà été fait ;
- D'autres élèves essaient d'écrire une formule du type "filtre" en essayant de lister tous les tests à écrire pour s'assurer que les trois nombres sont deux à deux distincts sans s'inspirer non plus de ce qui précède, un seul élève ne se laisse pas arrêter par la longueur de la formule à écrire et aboutit, les autres se replient vers une "méthode plus simple" ;
- De façon générale, les élèves sont plus attachés à trouver "la bonne formule" qu'à l'aspect mathématique de l'exercice. Je dois préciser à plusieurs reprises que les différentes formulations des conclusions sont à noter car elles sont au centre de l'exercice.

Deuxième séance

Seul le problème 2 est abordé au cours de cette séance.

Les questions 1) ; 2) et 3) ne posent aucun problème particulier.

La correction de la question 4) est plus animée. Les élèves ne sont pas tous d'accord sur les réponses aux affirmations du type "il faut que..." ou "il suffit que..." mais ont du mal à expliquer leur point de vue; leur réponse sont plus intuitives que réfléchies. J'essaie de faire reformuler avec "si... alors..." qui est bien compris.

Les réponses aux questions 5) et 6) sont aussi très hésitantes pour la plupart des élèves alors que "la propriété du produit nul", comme ils l'appellent, est connue et assez bien maîtrisée. On peut donc raisonnablement pensé que l'obstacle majeur dans cette activité est la formulation.

La réponse à la question 7) est collégiale : les élèves n'ont pas fait facilement le rapprochement entre le problème posé et les résultats des questions 5) et 6).

Un élève trouve cependant une solution seul y en tapant :
=SI(ET(B2*C2*D2*E2=24;B2<>C2;C2<>D2; D2<>E2); "ok";" ") c'est-à-dire qu'il ne suit pas les directives de l'énoncé sur la démarche à suivre. C'est un élève qui a en général de bonnes idées mais qui a du mal à réinvestir des méthodes étudiées en classe, il ne cherche pas à reconnaître une situation déjà rencontrée; il a donc souvent des difficultés à justifier ses résultats.

Suite à ces deux séances en TD, je donne un devoir en temps libre (voir doc joint).

Devoir en temps libre

Voici quelques remarques sur le travail des élèves pour ce devoir en temps libre.

Problème 3:

* 5 élèves répondent au problème avant les questions (en construisant un arbre de choix ou simplement en listant les différentes possibilités)...il serait peut-être judicieux de formuler l'énoncé différemment..d'autant plus que d'autres élèves m'avaient demandé des éclaircissements à ce sujet.

* La plupart des élèves utilisent le critère du produit et tapent " $=SI(B2*C2*D2*E2=18;"ok;" "$)" mais 4 d'entre eux utilisent la somme des carrés et tapent

" $=SI(B2*B2+B2*B2+C2*C2+E2*E2=23;"ok;" "$)".

Ces deux conditions sont nécessaires et suffisantes ce que les élèves n'expliquent pas, en général. Ils expliquent plutôt le sens de la formule et au mieux, pourquoi la condition est nécessaire.

*Cette
formule marque "OK" devant toutes les
listes dont le produit est égal à 18, car
 $1 \times 2 \times 3 \times 3 = 18$.*

Quelques uns néanmoins essaient de reprendre les justifications utilisées pendant le TD :

*La condition est nécessaire et suffisante car
 $1 \times 2 \times 3 \times 3 = 18$ et aucune autre liste du
document 2 qui ne sont pas composées par
les nombres $\{1; 2; 3; 3\}$ ont leur produit
égal à 18.*

Une élève parle de décomposition de 18 en nombres premiers....ce qui n'est plus au programme de seconde...

Enfin, un élève crée "un filtre" pour prouver que la condition du produit égal à 18 est nécessaires et suffisante :

2) Dans un premier temps, j'ai créé un filtre sélectionnant uniquement les listes formées des 4 entiers $\{1; 2; 3; 3\}$:

=SI(ET(OU(ET(B2=1; B2<>C2; B2<>D2; B2<>E2);
ET(C2=1; C2<>B2; C2<>D2; C2<>E2); ET(D2=1;
D2<>B2; D2<>C2; D2<>E2); ET(E2=1; E2<>B2; E2<>C2;
E2<>D2))), OU(ET(B2=2; B2<>C2; B2<>D2; B2<>E2);
ET(C2=2; C2<>B2; C2<>D2; C2<>E2); ET(D2=2; D2<>B2;
D2<>C2; D2<>E2); ET(E2=2; E2<>B2; E2<>C2;
E2<>D2))), B2<>4; C2<>4; D2<>4; E2<>4);
"ok"; " ")

Puis j'ai testé plusieurs conditions avant de trouver une condition à la fois suffisante et nécessaire qui est:
=SI(B2*C2*D2*E2=18; "ok"; " ") dont la réponse " correspond à celle du filtre. ✓

Ainsi, pour qu'une ligne représente un parcours, il faut et il suffit que le produit des 4 entiers la constituant soit égal à 18. ✓

A l'issue des corrections deux réflexions me viennent à l'esprit: d'une part, les élèves n'essaient pas assez de réinvestir ce qui a été fait en classe et d'autre part, l'idée qu'avoir " la bonne formule " à taper est la réponse mathématique attendue.

Exercice :

* Pour répondre à la question 1), la plupart des élèves démontrent qu'un carré est un rectangle et un losange. Ils concluent ensuite que l'affirmation est vraie en omettant de parler du "ou" et quatre d'entre eux concluent qu'elle est fausse :

1. ~~Faux~~, si un quadrilatère est un carré, alors c'est un rectangle et un losange, car ses côtés sont égaux, il possède 4 angles droits et ses diagonales sont de même longueur et se coupent en leur milieu en angle droit.

La plupart des justifications ressemblent à celle-ci. On y constate que les critères caractérisant le rectangle ou le losange sont mal maîtrisés; les élèves en disent trop.

Un seul élève ne vérifie qu'une des deux assertions :

Exe. 1) Un carré est un quadrilatère avec 4 cotés de même longueur et 4 angles droit.

inutile

Un rectangle a 4 angles droits (et ses cotés opposés de même longueur.)

Donc un carré est un rectangle donc l'affirmation est correcte.

*les affirmations 2) 3) et 4) ont été justifiées par un contre exemple et ne semblent pas avoir posé de difficultés particulières.

* Les élèves ont eu beaucoup de mal à justifier que l'affirmation 5) était juste. Ils n'ont, pour la plupart, pas pensé à utiliser la définition ou même la formulation "si un point est le milieu d'un segment alors il est équidistant des extrémités du segment" que l'on avait utilisé dans 4) du problème 2 de l'activité.