

# IMAGES NUMÉRIQUES

Stéphane Verjux – IREM de Franche Comté - 2017

## Les éléments d'image ou pixels

Les images numériques sont formées de milliers ou de millions de petits carrés de teinte uniforme appelés **pixels**, contraction de l'expression anglaise *picture elements*, autrement dit « éléments d'image ».

Ces carrés doivent être assez petits pour que l'on ne puisse pas les distinguer sur une image examinée dans des conditions normales.

les pixels apparaissent lorsque l'on agrandit beaucoup les images. Ils disparaissent si l'on s'éloigne suffisamment de l'écran.



Juillet 1965



MARINER 4

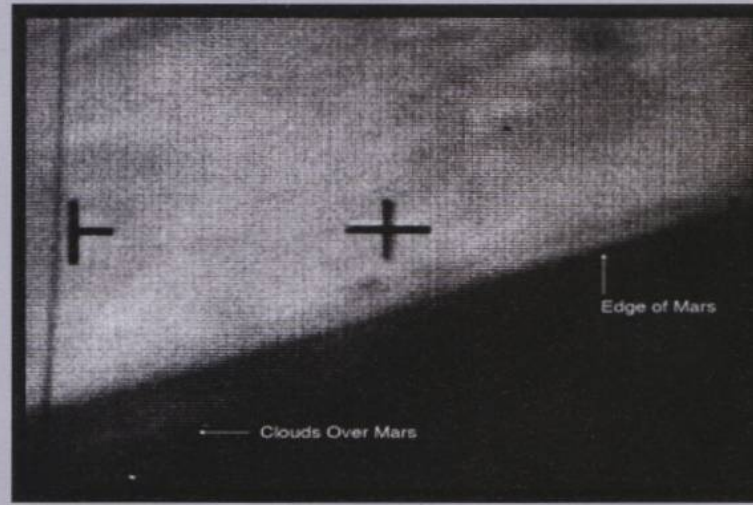
LE PREMIER SURVOL DE MARS

Les premières images d'une autre planète.

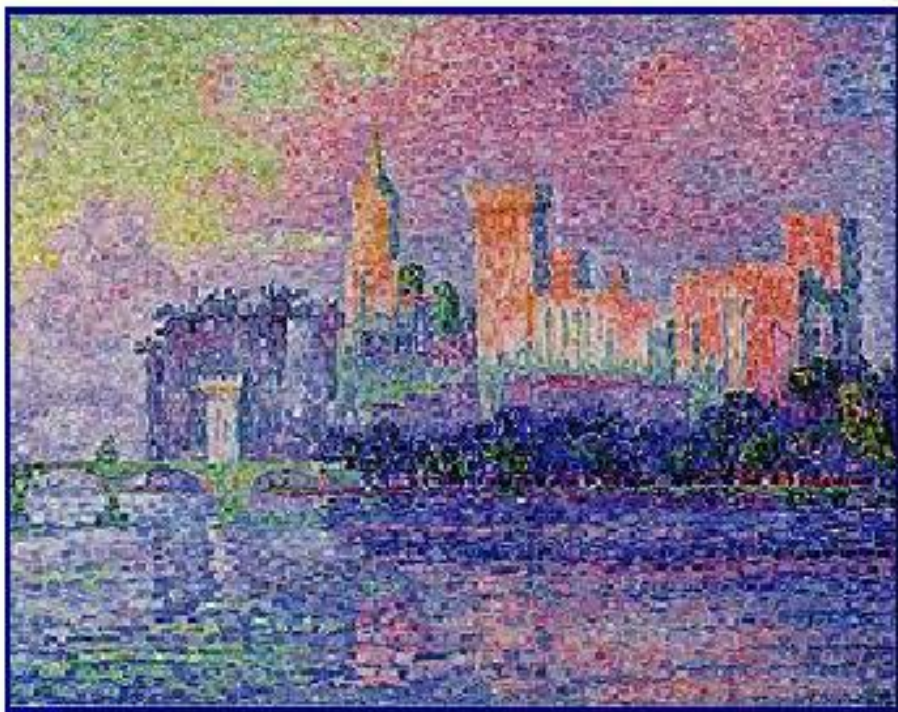
Il existe une anecdote à propos des premières images reçues de Mariner 4. Ne voulant pas attendre le traitement électronique (long) des images reçues, les ingénieurs les ont traitées en temps réel lors de leur arrivée. **Chaque image comprenait 200 lignes de 200 pixels**, chaque point représentant **64 nuances de gris**. À chaque groupe de valeurs de gris, ils ont fait correspondre arbitrairement une couleur sur une bande de papier qui était ensuite collée sur un grand tableau. On aboutissait ainsi à une image en fausses couleurs de la planète. On voit à gauche l'image colorée et à droite l'image reçue et traitée.



du JPL. À droite l'image reçue et traitée.  
Crédit JPL/NASA



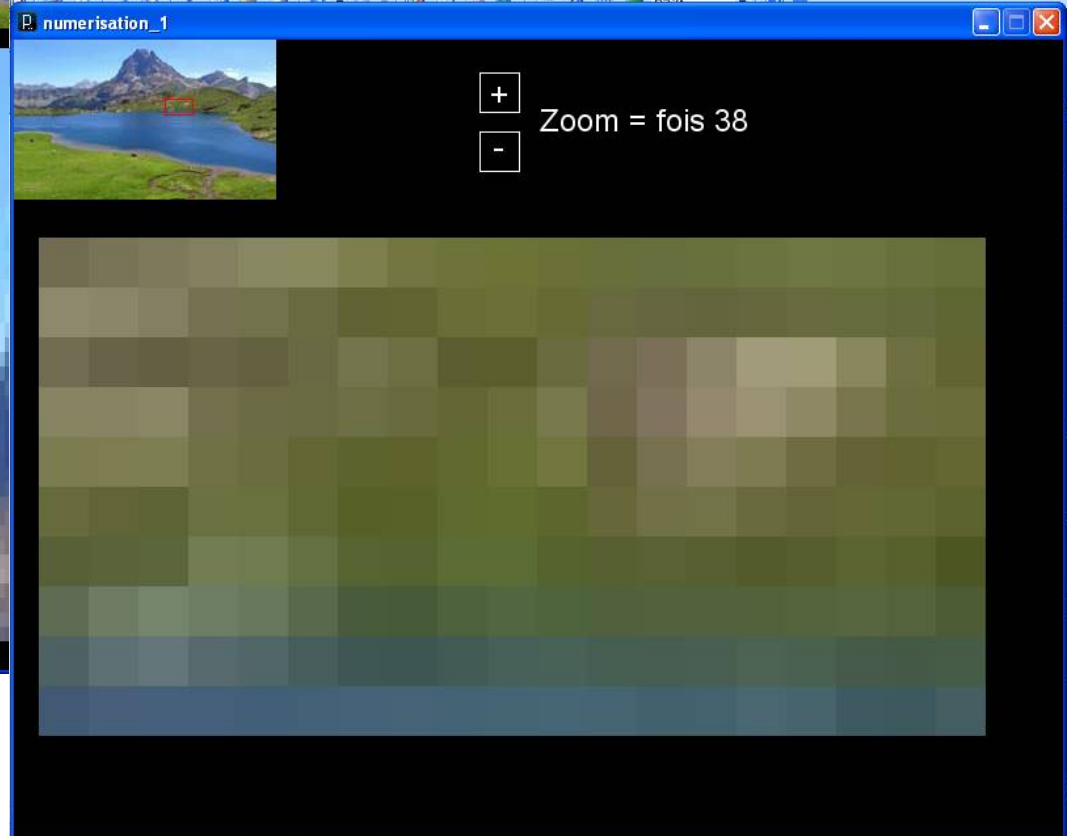
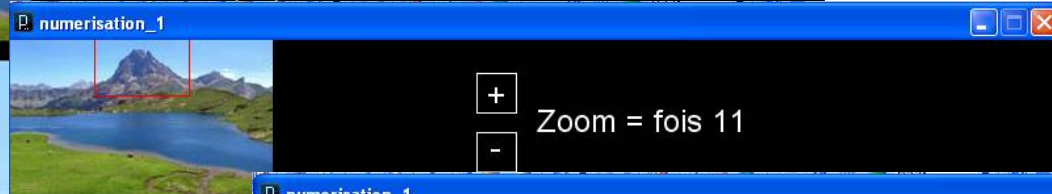
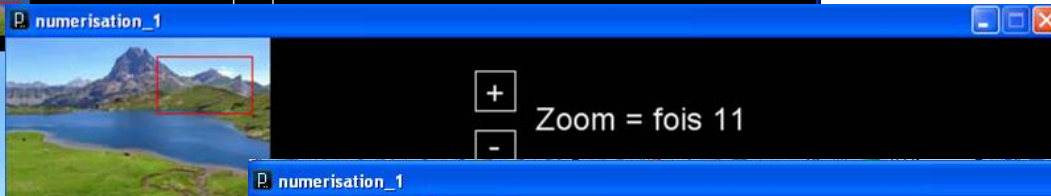
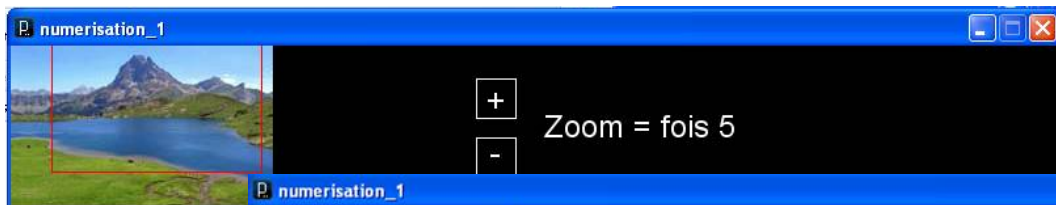
L'appareil photographique numérique, l'ordinateur, l'écran ou l'imprimante travaillent donc un peu à la manière des peintres impressionnistes dont les tableaux étaient faits de minuscules touches de peinture, ou encore des mosaïstes qui assemblent des milliers de petits morceaux de pierres ou de céramiques colorées.



Paul Signac, le Palais des Papes à Avignon

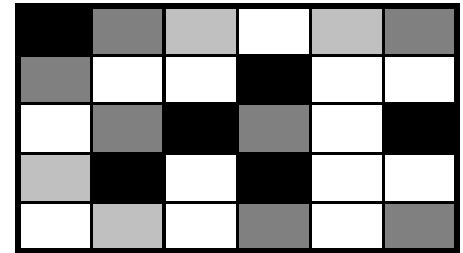


Cheval marin, bains romains de Bath


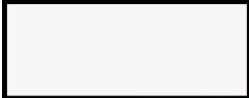


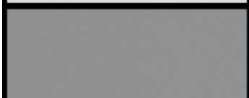


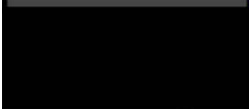


Lecture

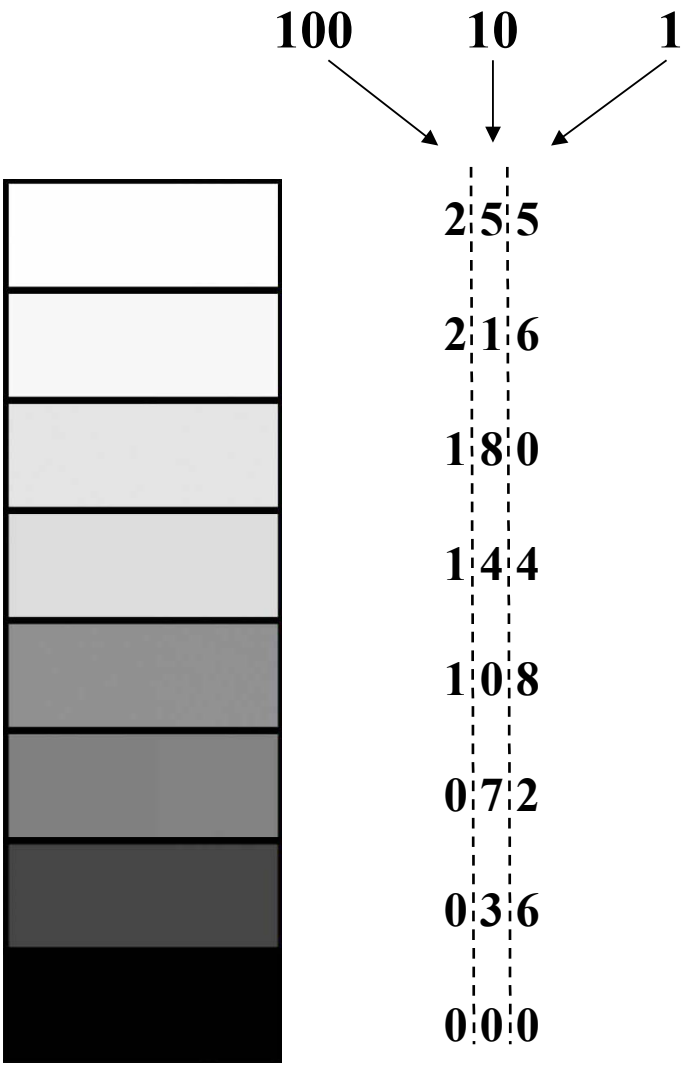
Pour afficher une image numérique, l'ordinateur divise l'écran ou la page de l'imprimante en un réseau de petits carrés et attribue à chacun d'eux, à partir des données mises en mémoire, une luminosité ou une couleur. L'image est ainsi définie point par point et l'on obtient une « **carte de points** » ou « *bitmap* » en anglais.



Chaque couleur est ensuite **codée**, numérisée, c'est-à-dire remplacée par un nombre...

Blanc		255	11111111
		216	11011000
Gris clair		180	10110100
		144	10010000
		108	01101100
Gris foncé		072	01001000
		036	00100100
Noir		000	00000000

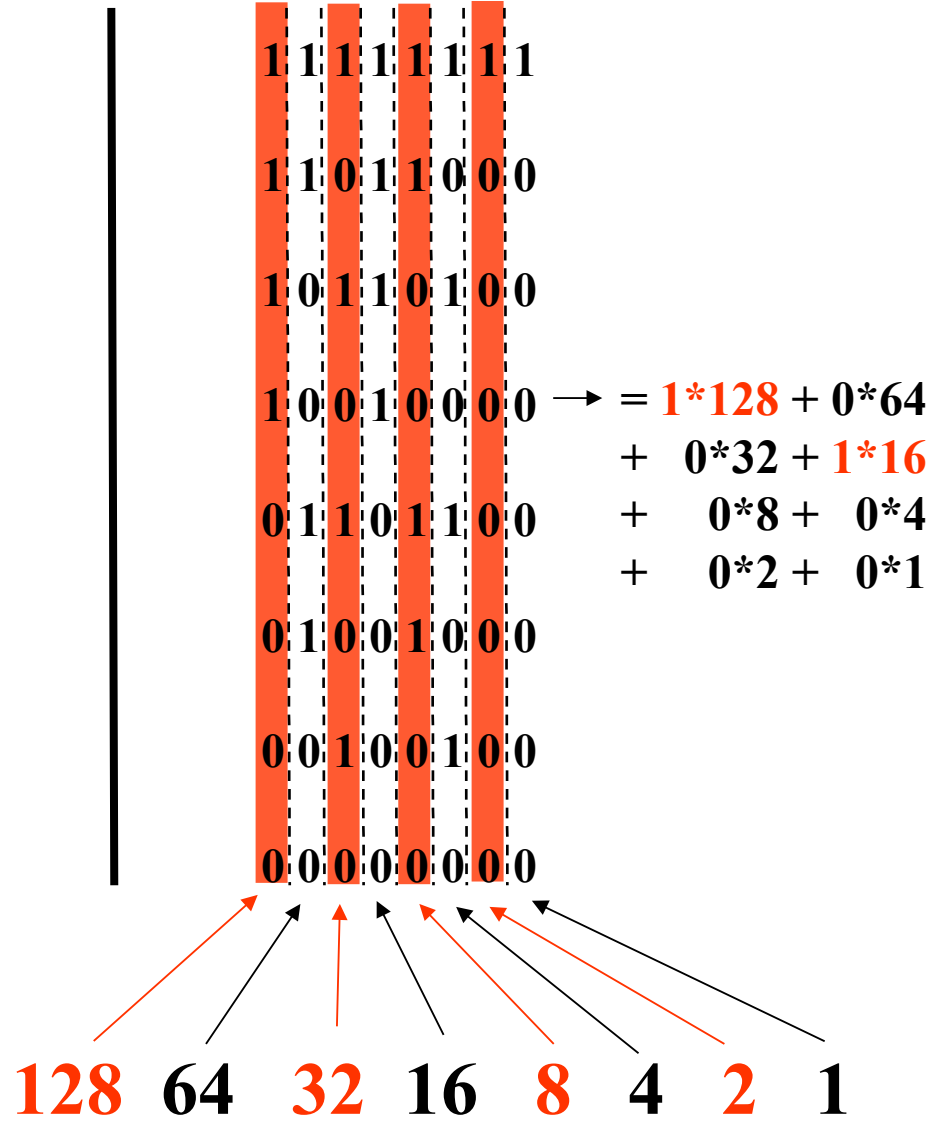
**Niveaux de gris** → **Base 10** → **Base 2**



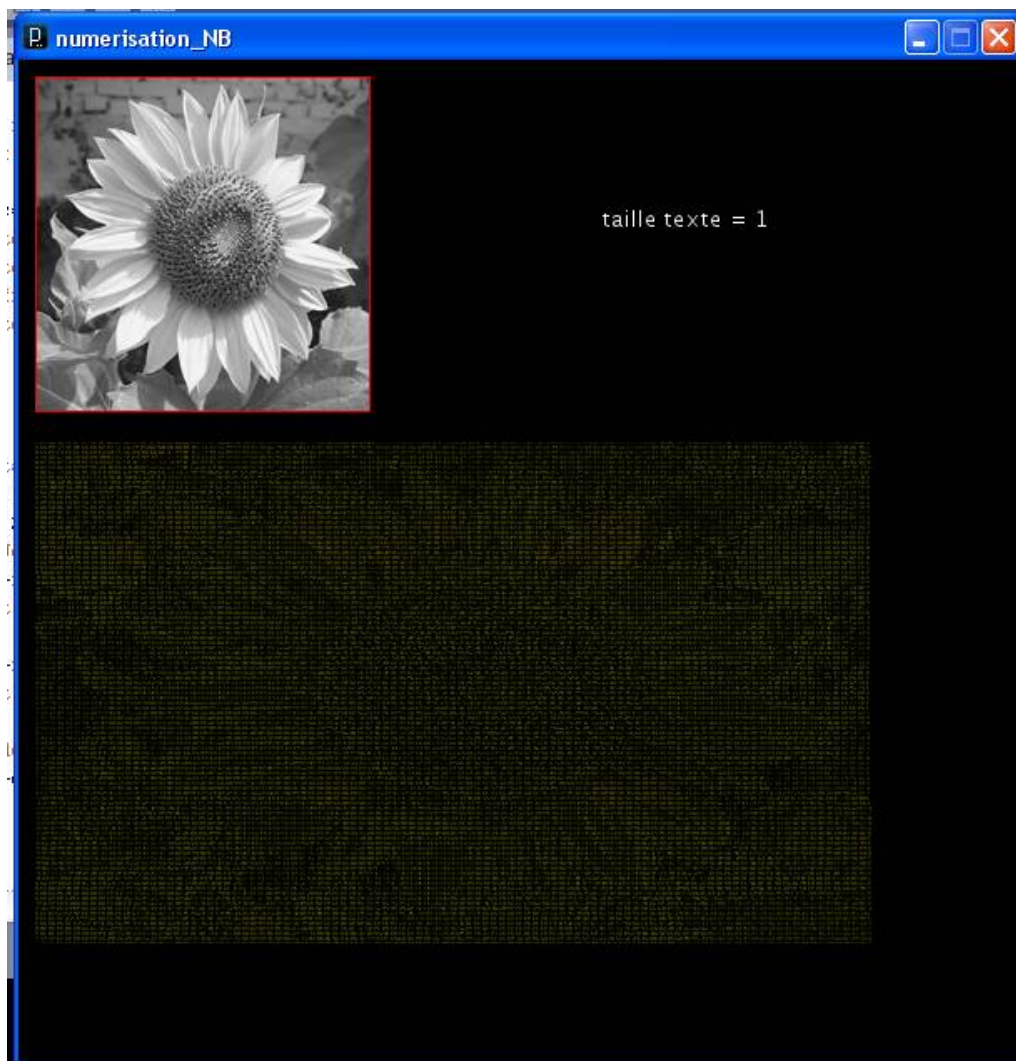
Niveaux de gris

Base 10

Base 2



# Une image numérique = un tableau de nombres

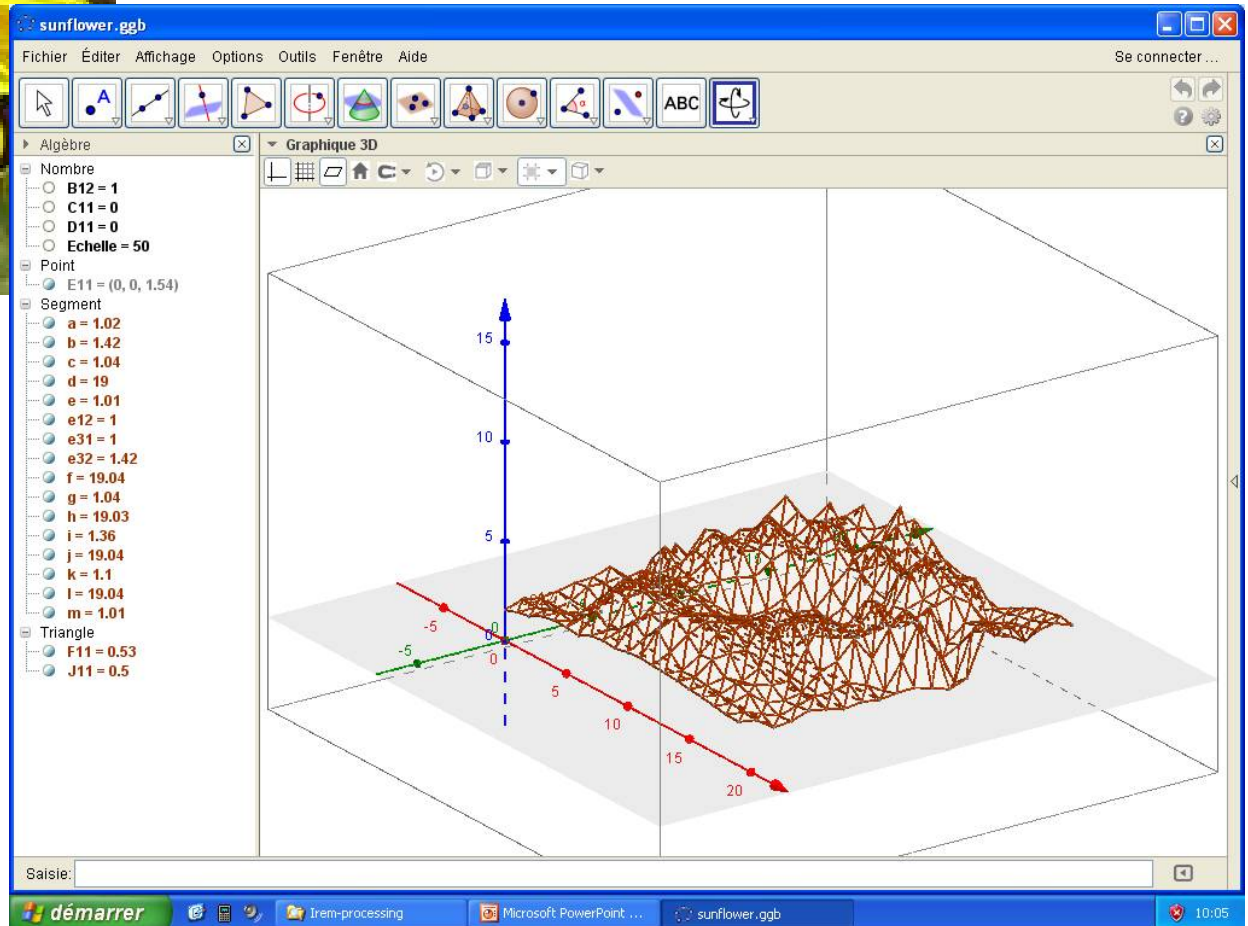






taille texte = 9

```
41 57 225 246 236 207 176 172 183 186 198 211 217 214 210 206 203 201 198 192 186 181 179 179 179
42 29 99 237 245 243 235 202 179 176 178 191 209 219 218 213 206 202 204 206 203 195 187 183 181
34 34 26 84 235 245 242 244 239 225 204 182 174 181 195 207 204 197 193 194 194 196 197 188 177
31 33 32 27 90 231 246 243 238 243 246 243 225 203 180 170 174 178 182 182 188 188 190 183 170
32 32 34 40 33 83 218 246 241 233 233 236 242 244 238 222 198 177 168 167 168 172 176 177 174
36 35 36 39 43 37 62 191 249 241 229 226 227 231 235 238 239 238 224 206 184 171 163 161 165
38 40 40 41 43 46 42 49 156 247 246 236 226 222 219 225 226 226 231 239 243 238 220 196 177
39 43 46 52 46 48 50 50 45 100 193 240 247 236 221 214 212 215 214 213 216 226 236 243 239
42 44 52 51 51 49 51 50 55 46 49 82 160 234 247 241 226 216 209 203 200 197 197 200 206
44 48 54 52 48 47 49 45 52 55 52 51 55 87 161 230 247 245 236 220 206 199 195 191 188
42 52 55 52 51 53 47 43 49 53 55 56 61 58 62 79 124 168 215 244 238 221 209 201 206
43 50 56 58 58 63 57 46 51 54 52 57 58 52 55 51 44 44 56 96 191 241 227 213 206
42 45 47 51 58 66 64 55 48 54 53 56 51 48 45 41 38 38 42 82 173 215 206 202 205
35 94 159 120 97 83 64 47 40 45 51 48 43 43 61 80 102 148 193 223 213 205 203 198 196
41 70 90 147 199 204 178 148 110 73 48 50 96 155 196 209 214 215 203 190 184 186 192 203 215
30 37 42 47 66 103 153 191 195 188 179 174 202 201 191 185 181 180 184 188 201 218 223 225 222
75 35 46 51 47 48 47 67 157 202 196 186 179 178 179 178 187 196 206 220 223 220 216 211 207
180 115 47 45 46 41 56 143 212 205 193 186 188 197 208 215 219 220 219 214 207 198 195 195 201
178 188 133 52 35 81 192 228 214 221 231 237 240 237 232 223 217 209 203 199 205 213 226 238 242
166 172 169 139 130 220 231 229 241 244 243 239 234 220 211 209 211 216 225 235 243 244 244 244 243
145 150 173 227 237 236 241 244 237 232 226 220 219 224 234 241 243 245 245 244 244 243 243 243 242
139 164 229 238 242 243 238 231 223 221 229 235 242 245 245 244 244 244 244 243 244 242 241 241 241
161 225 238 239 233 228 228 231 238 243 243 244 244 243 242 242 244 244 243 242 242 240 238 238 236
215 228 227 228 234 240 244 244 245 242 242 242 243 244 243 240 238 237 235 235 236 235 235 236 235
217 223 237 243 244 243 242 240 240 241 240 239 236 234 233 234 233 233 232 234 237 238 240 241 241
```

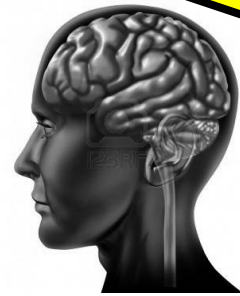


Lecture

# RESTITUTION DES COULEURS



**ROUGE !**



**JAUNE !**



**BLEU !**



**CYAN !**



**MAGENTA !**



**BLANC !**

# SYNTHESE ADDITIVE

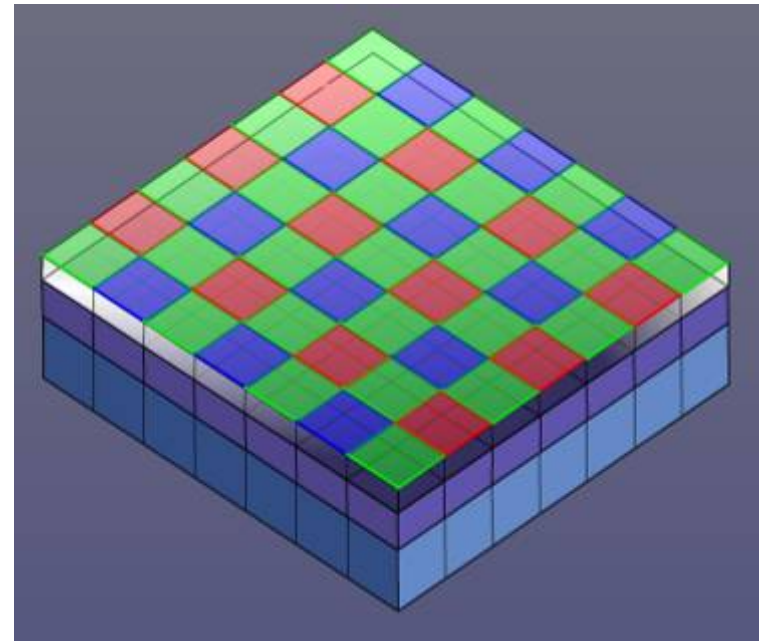
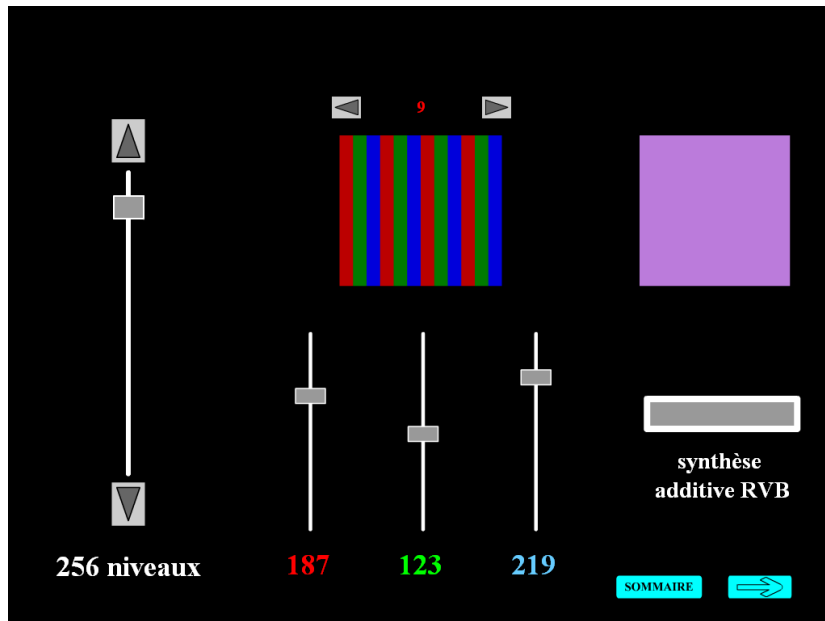
R + V = JAUNE

R + B = MAGENTA

V + B = CYAN

R + V + B = BLANC

Ce principe est utilisé pour la restitution des couleurs sur tous les écrans plats (ordinateur, téléphone , TV...)



Visualisation des pixels sur écran

Lecture

numerisation\_2

L = 51

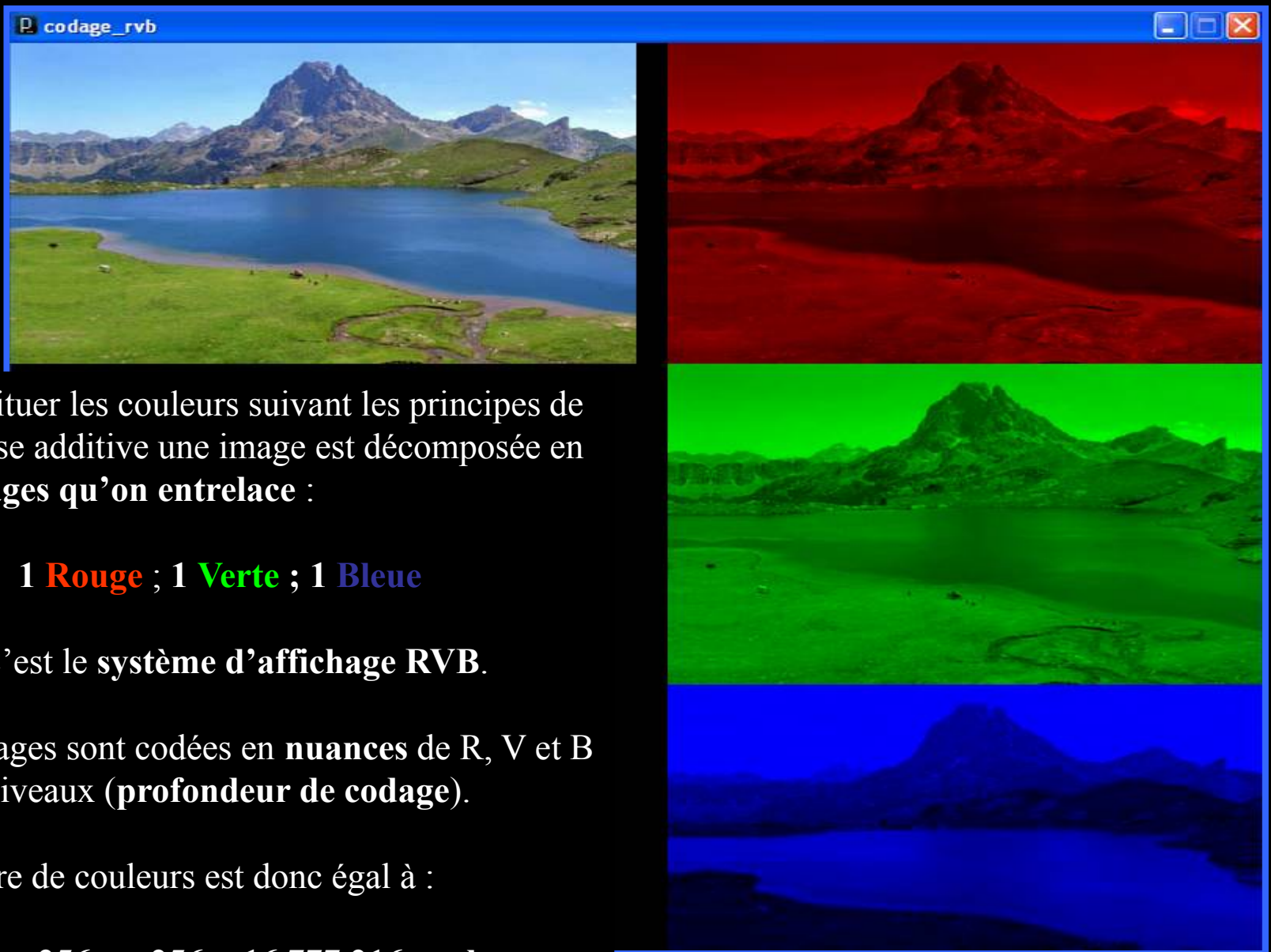
+

-

Lecture



Lecture



Pour restituer les couleurs suivant les principes de la synthèse additive une image est décomposée en **trois images qu'on entrelace** :

**1 Rouge ; 1 Verte ; 1 Bleue**

C'est le **système d'affichage RVB**.

Ces 3 images sont codées en **nuances** de R, V et B sur 256 niveaux (**profondeur de codage**).

Le nombre de couleurs est donc égal à :

$$256 \times 256 \times 256 = 16\,777\,216 \text{ couleurs}$$

Environ 16,8 millions de couleurs !

Lecture



# Traitements numériques des images

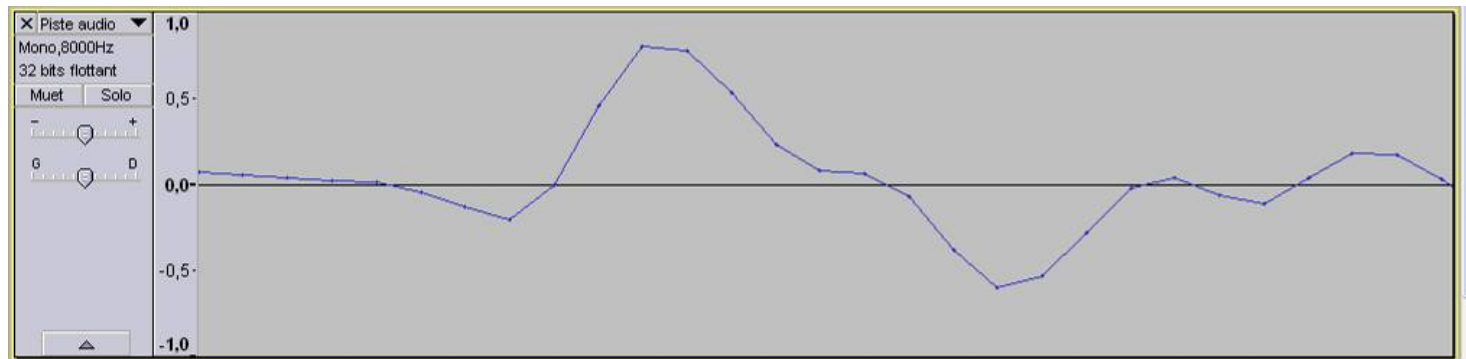
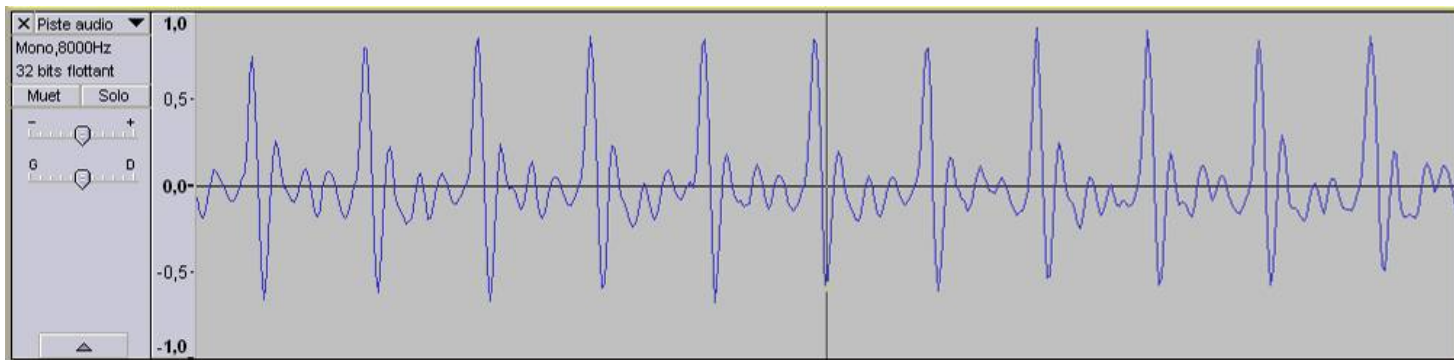
Par définition, un signal est le **support de l'information** émise par une source et destinée à un récepteur. Il transporte sur les réseaux l'information, la **parole** ou **l'image**... Le traitement qu'il subit a pour but **d'extraire des informations**, de modifier le message qu'il transporte ou de **l'adapter aux moyens de transmission**.

C'est là qu'interviennent les techniques numériques. En effet, si l'on imagine de **substituer au signal un ensemble de nombres** qui représentent sa grandeur ou amplitude à des instants convenablement choisis, le traitement, même dans sa forme la plus élaborée, se ramène à une **séquence d'opérations logiques et arithmétiques** sur cet ensemble de nombres, associées à des mises en mémoire.

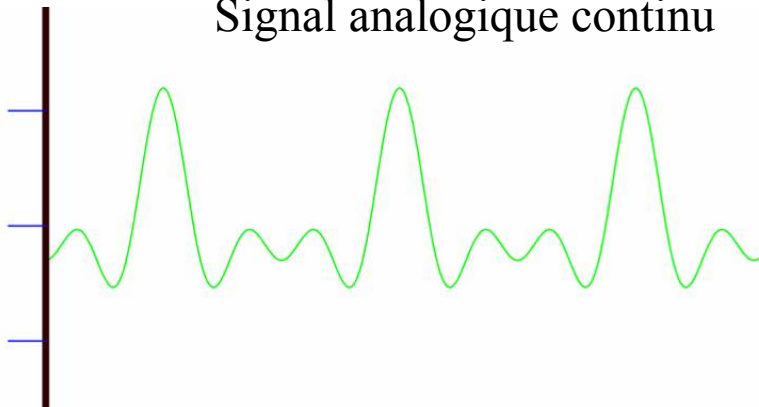
Le **traitement numérique** du signal désigne **l'ensemble des opérations**, calculs arithmétiques et manipulations de nombres, qui sont effectués sur un signal à traiter, représenté par une suite ou un ensemble de nombres, **en vue de fournir une autre suite ou un autre ensemble de nombres**, qui représentent le signal traité. Les fonctions les plus variées sont réalisables de cette manière, comme l'analyse spectrale, le filtrage, le transcodage, la modulation, la détection, l'estimation et l'extraction de paramètres.

# La numérisation du signal - Échantillonnage et codage

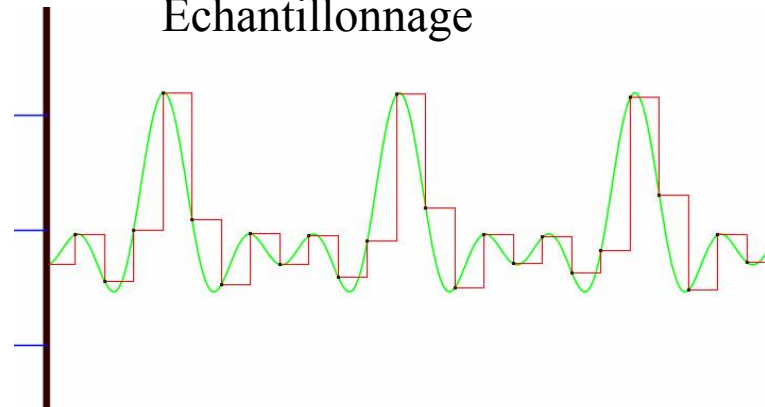
La conversion d'un signal **analogique** sous forme **numérique** implique une double approximation. D'une part, dans l'espace des temps, le signal fonction du temps  $s(t)$  est remplacé par ses valeurs  $s(nT)$  à des instants multiples entiers d'une durée  $T$  : c'est l'opération **d'échantillonnage**. D'autre part, dans l'espace des amplitudes, chaque valeur  $s(nT)$  est approchée par un multiple entier d'une quantité élémentaire  $q$  : c'est l'opération de **quantification**. La valeur approchée ainsi obtenue est ensuite **associée à un nombre** : c'est le **codage**.



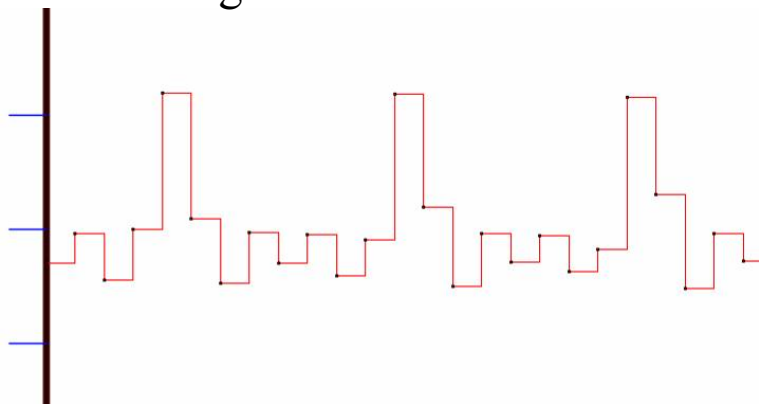
Signal analogique continu



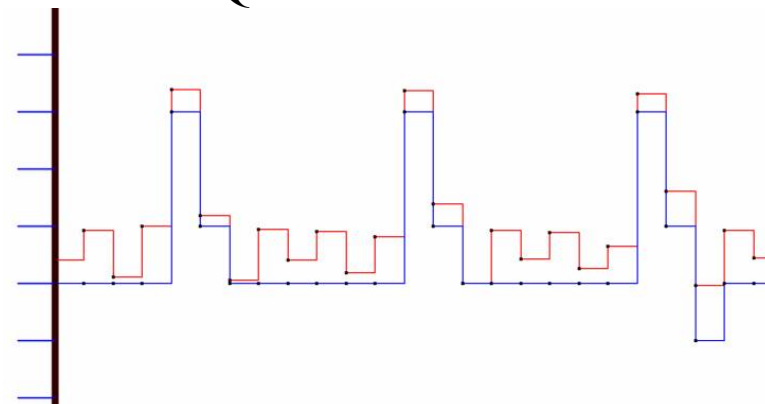
Échantillonnage



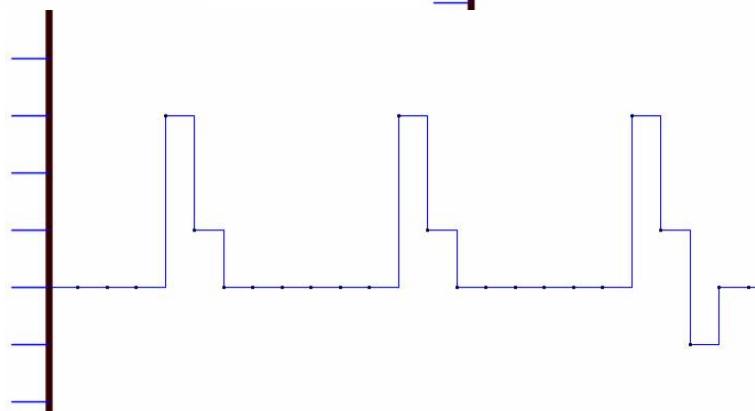
Signal échantillonné discret



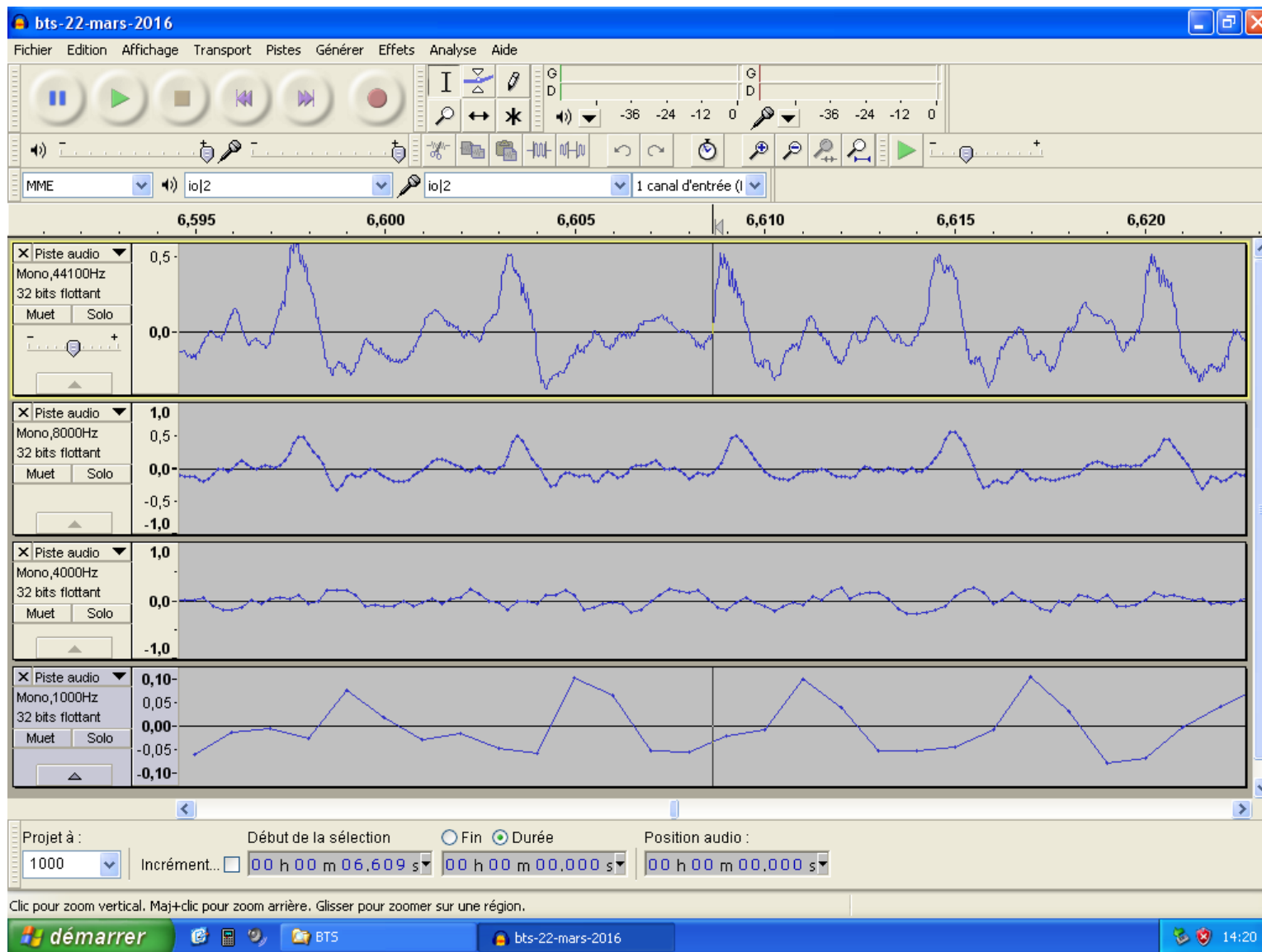
Quantification

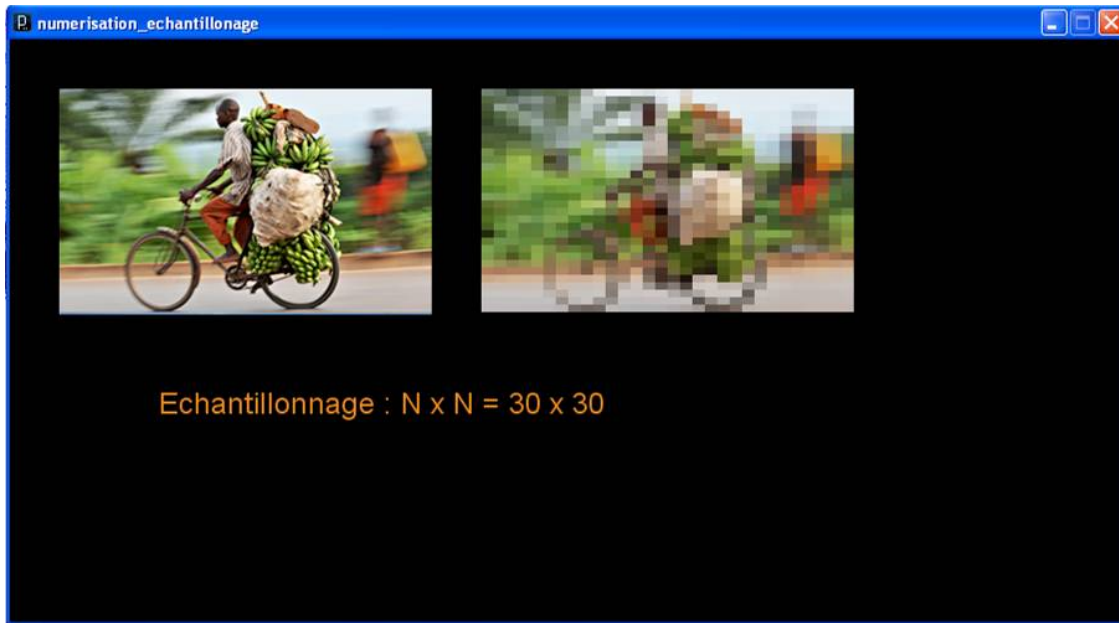


Signal codé discret



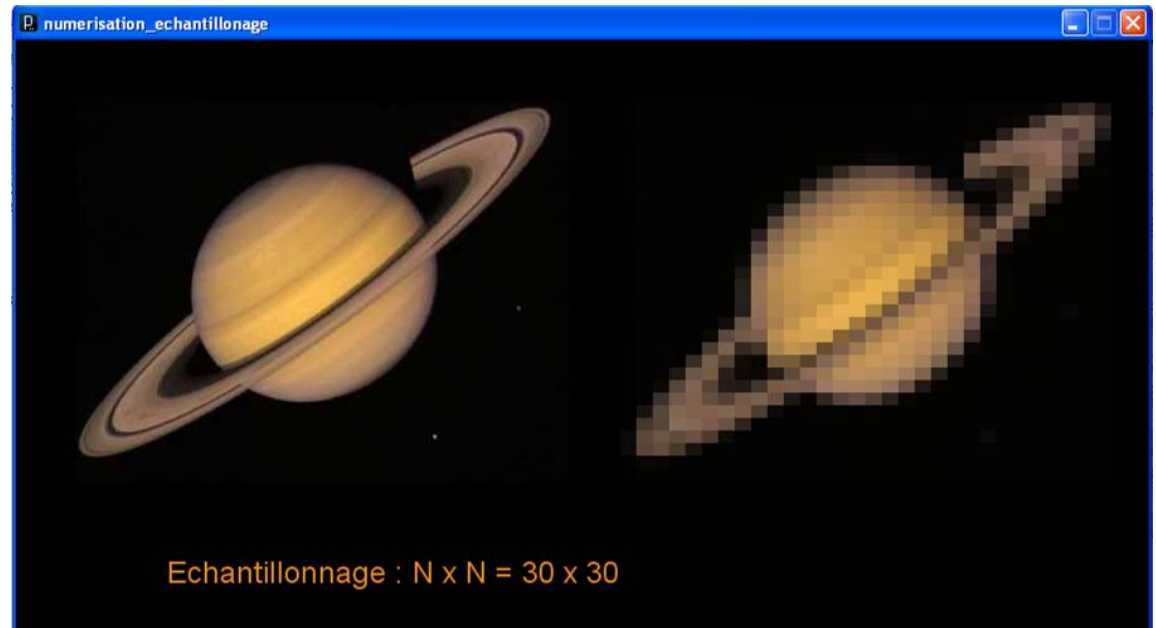
# Influence de la fréquence d'échantillonnage



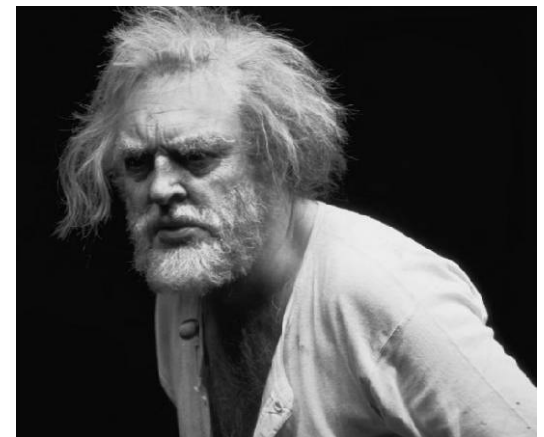
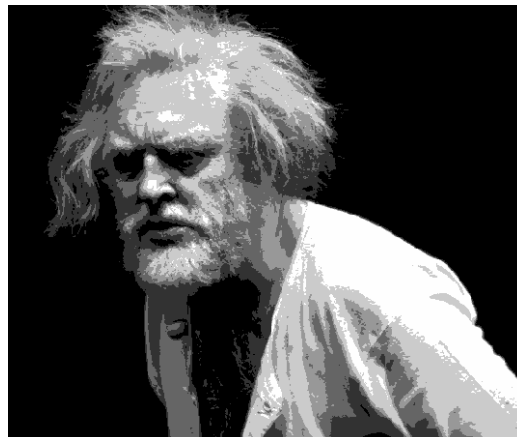
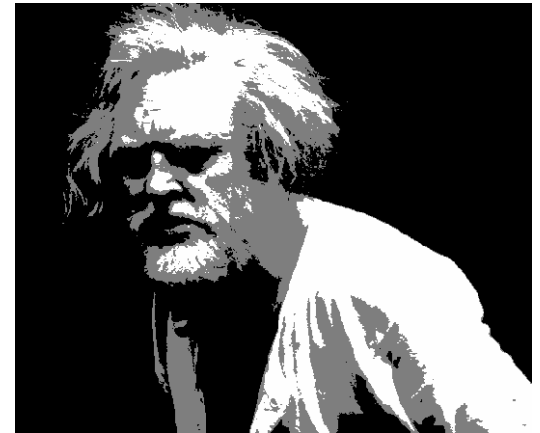
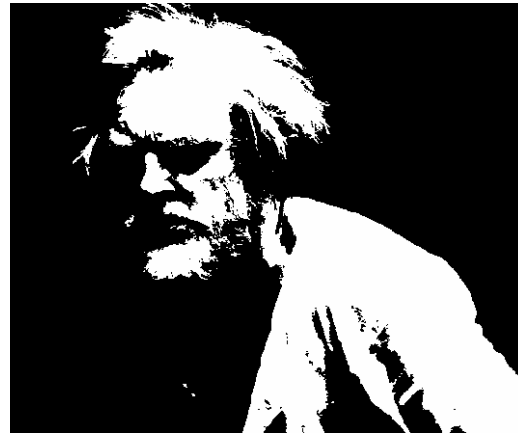


Lecture

**Influence de la  
fréquence  
d'échantillonnage**



# Influence de la quantification



**16,8 millions de couleurs**



**Influence de la quantification**

**10 x 10 x 10 couleurs**



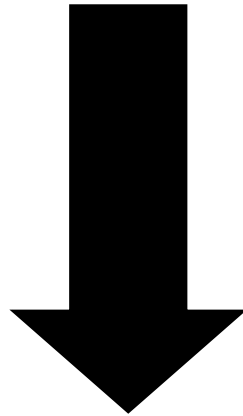
**4 x 4 x 4 couleurs**



**2 x 2 x 2 couleurs**

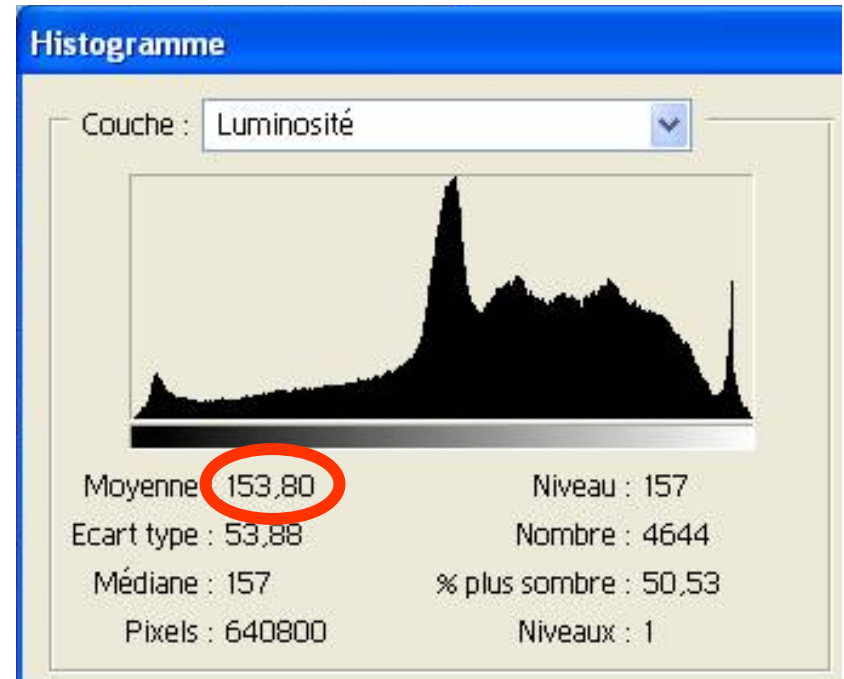


**Quelques exemples  
de traitements  
des images numériques**





# 1. Luminosité d'une image



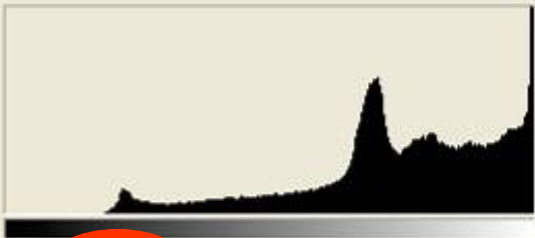
On peut définir la luminosité d'une image à partir de la **valeur moyenne des luminosités** (ou niveaux de gris) de l'ensemble des pixels de l'image.

**Plus cette valeur moyenne est élevée et plus l'image est lumineuse !**



### Histogramme

Couche : Luminosité



Moyenne : 197,71

Niveau : 204

Ecart type : 49,65

Nombre : 4644

Médiane : 204

% plus sombre : 50,53

Pixels : 640800

Niveaux : 1



## Histogramme

Couche : Luminosité



Moyenne : 103,43

Niveau : 105

Ecart type : 50,17

Nombre : 4644

Médiane : 105

% plus sombre : 50,53

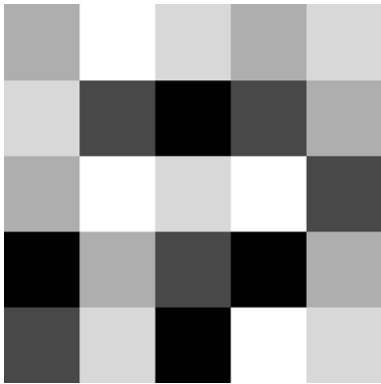
Pixels : 640800

Niveaux : 1

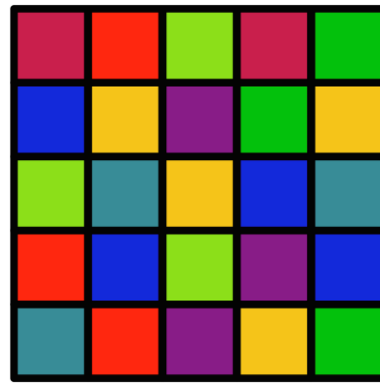
## 2. Contraste d'une image

La notion de contraste est intimement liée à la **perception d'une différence**, d'un écart, d'une disparité, voire d'une opposition entre deux objets ou deux concepts. Il y a d'un côté le blanc et le noir, le chaud et le froid, le grand et le petit, le lourd et le léger, le fort et le faible, etc.

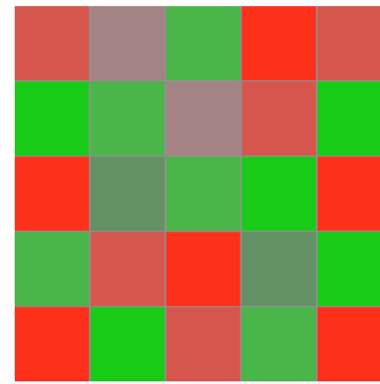
En photographie, on rencontre couramment divers types de contrastes, dont quelques uns peuvent être représentés par les petits schémas ci-dessous :



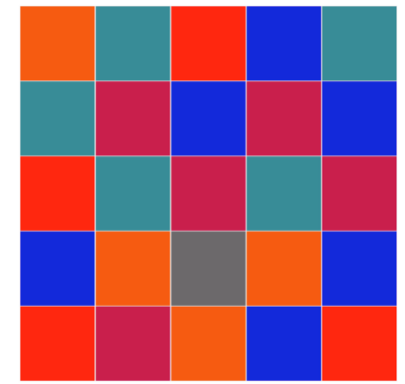
Luminosité



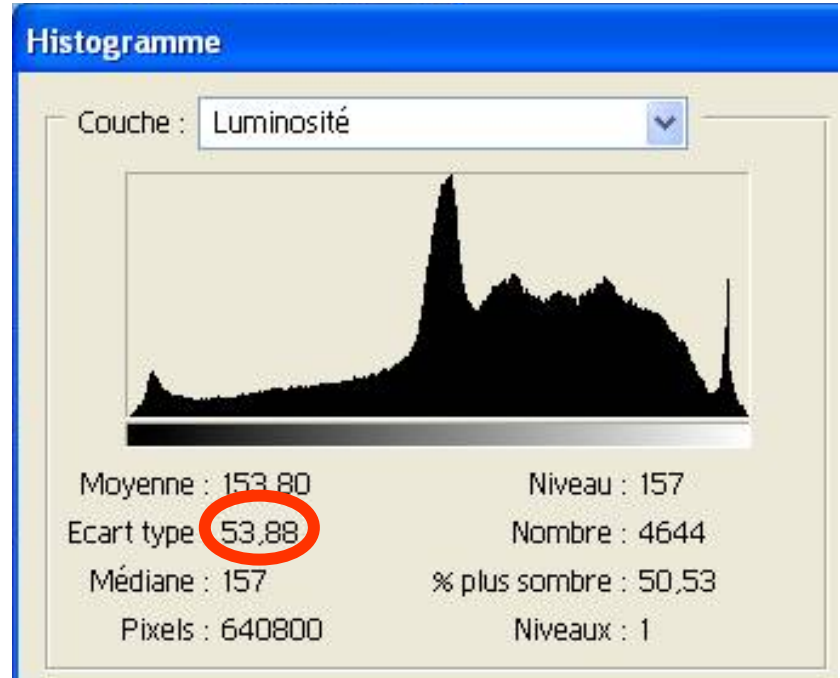
Couleurs



Couleurs complémentaires



tons chauds/froids



On peut définir le contraste à partir de la **valeur de l'écart type** des niveaux de gris de l'ensemble des pixels de l'image. Il s'agit de voir si les niveaux de luminosité sont répartis de façon homogène ou pas..

**Plus l'écart type est grand et plus l'image est contrastée !**



## Histogramme

Couche : Luminosité



Moyenne : 149,15

Niveau :

Ecart type : 95,08

Nombre :

Médiane : 163

% plus sombre :

Pixels : 640800

Niveaux : 1



### Histogramme

Couche : Luminosité



Moyenne : 153,93

Niveau :

Ecart type : 18,37

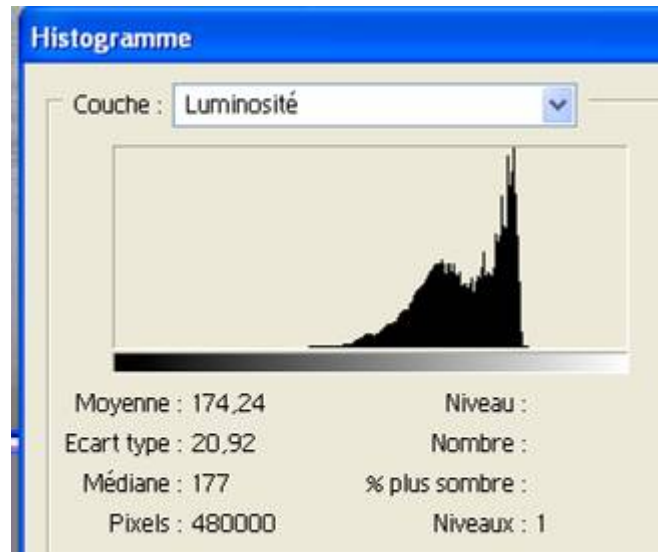
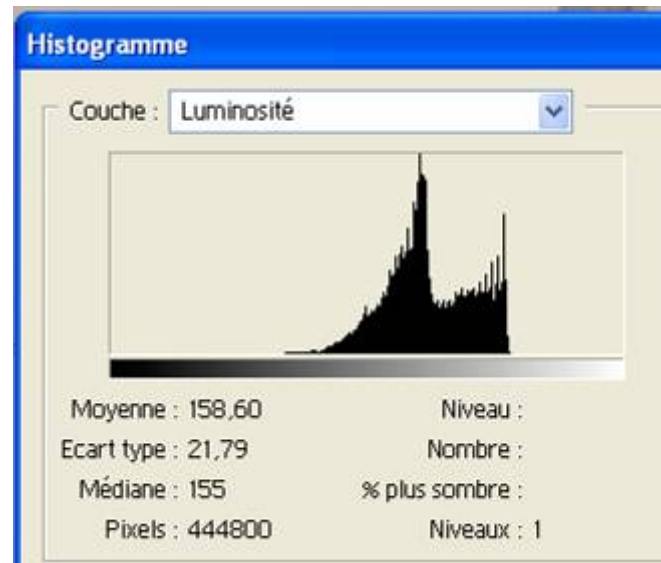
Nombre :

Médiane : 155

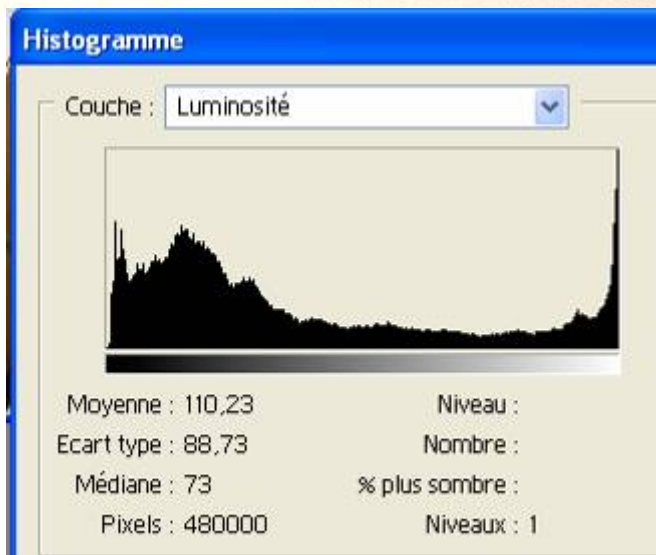
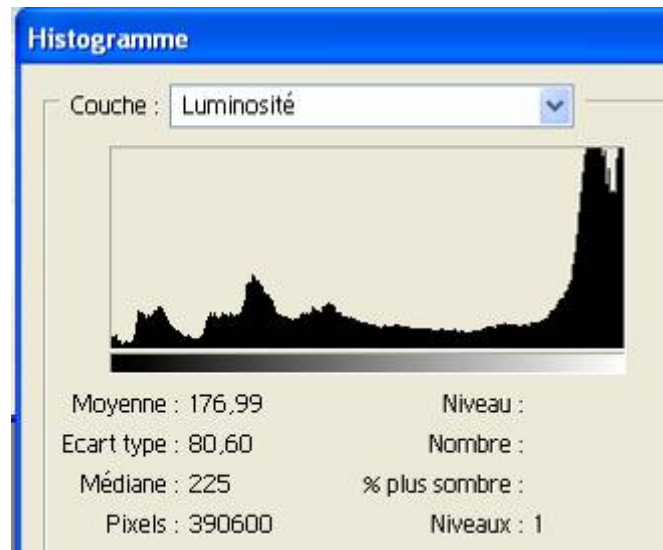
% plus sombre :

Pixels : 640800

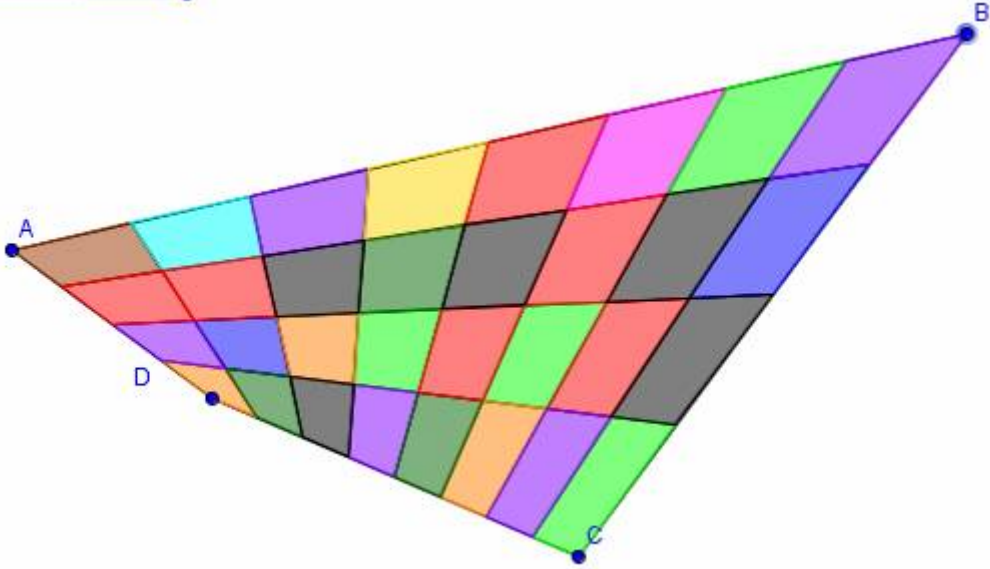
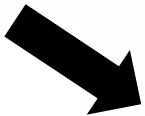
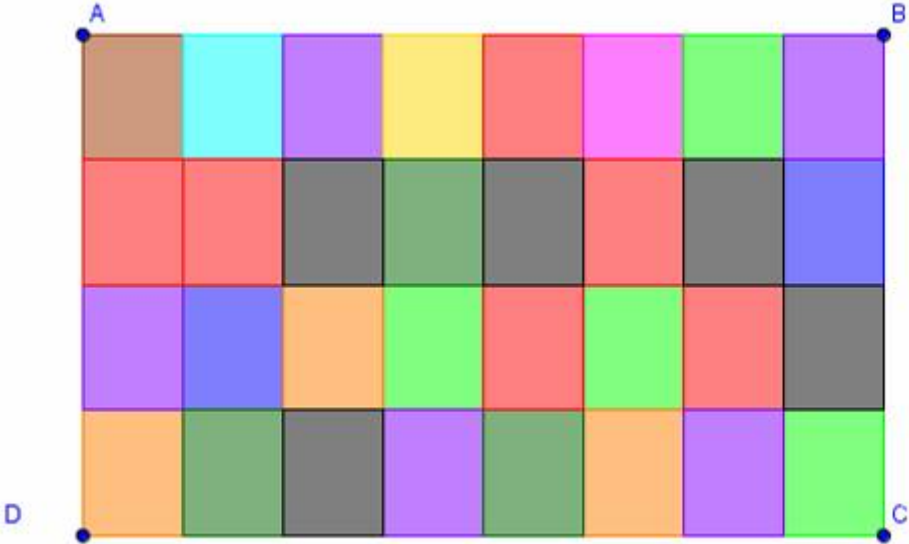
Niveaux : 1



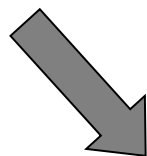




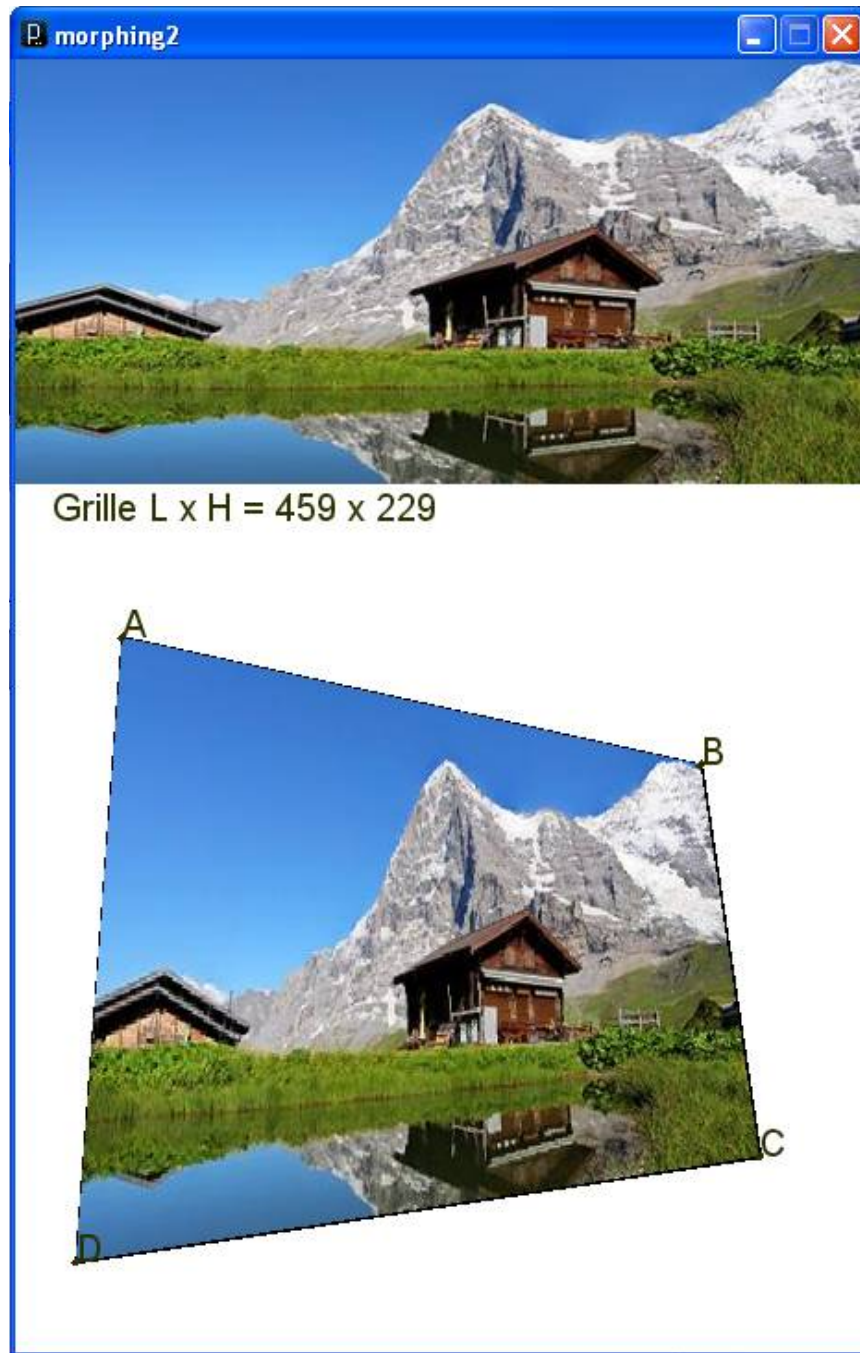
# 3. le morphing



Lecture



Lecture

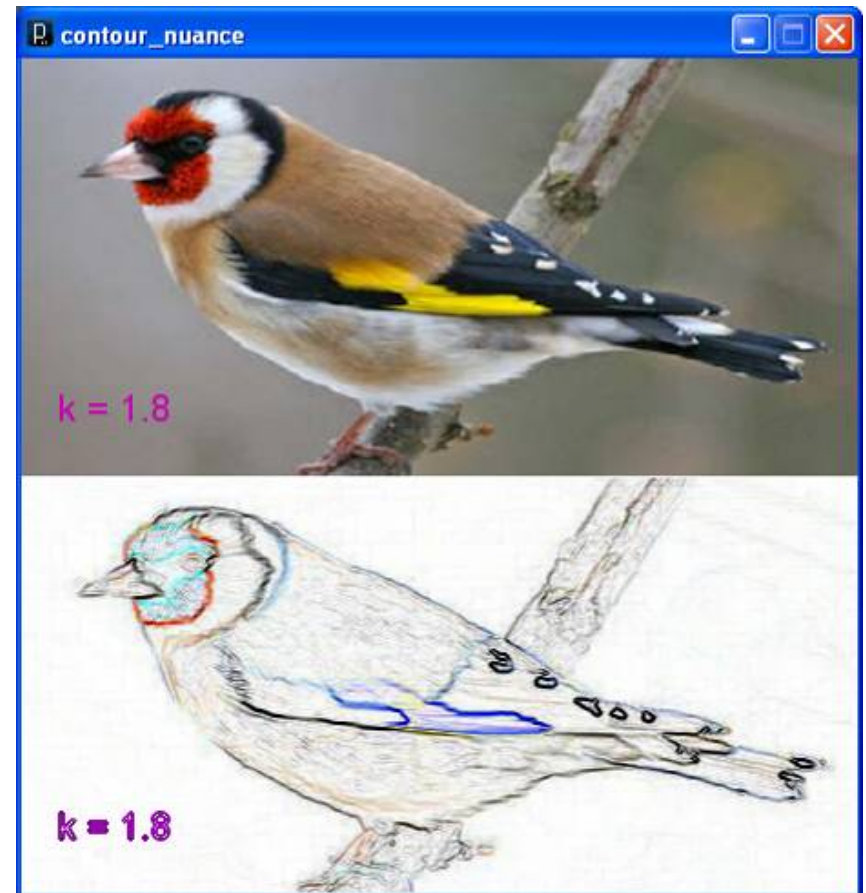


# 4. Détection de contours



Lecture

Lecture

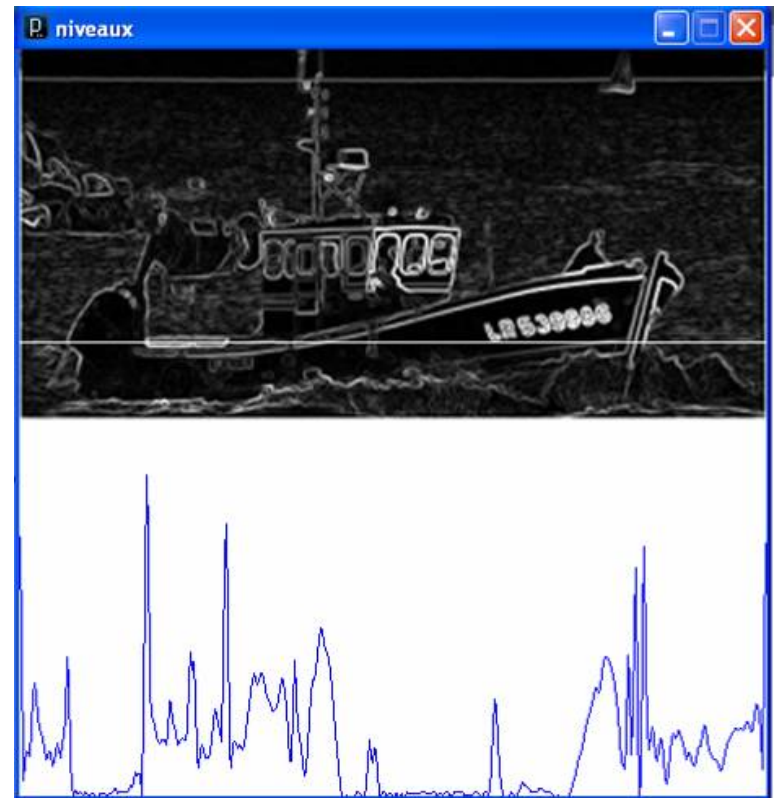
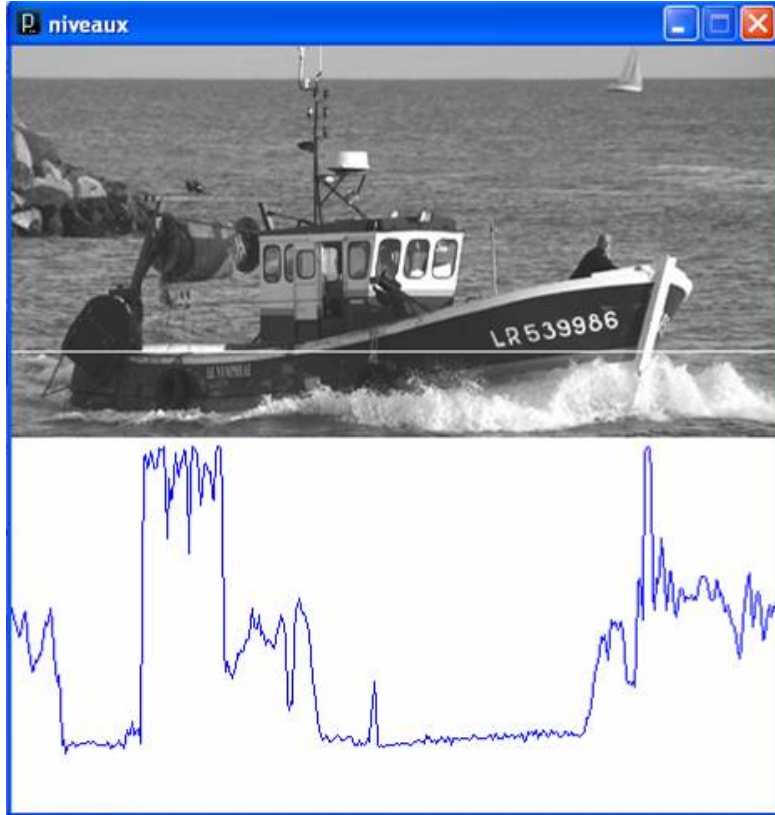


# Principe...

Lecture

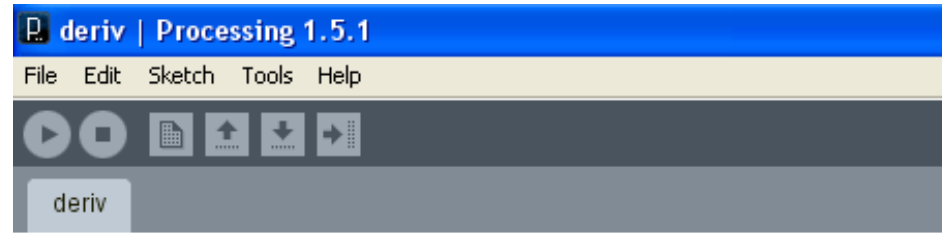
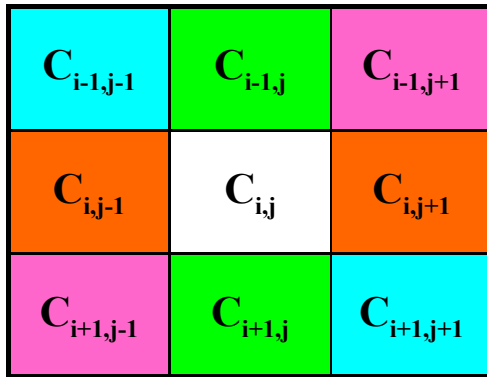


# Principe avec une image N&B...



# Analyse du code

On calcule les **taux de variations** verticaux, horizontaux et en diagonale ( $d1, d2, d3, d4$ ), dont on prend ensuite la valeur absolue.



```
for (int i=1;i<L-1;i=i+1) {
  for (int j=1 ; j<H-1 ; j=j+1) {
    noStroke();
    float d1 = red( c[i-1][j]) - red(c[i+1][j]); ←
    float d2 = red( c[i][j-1]) - red(c[i][j+1]); ←
    float d3 = red( c[i-1][j-1]) - red(c[i+1][j+1]); ←
    float d4 = red( c[i-1][j+1]) - red(c[i+1][j-1]); ←

    if (d1<0) {
      d1 = -d1;
    }
    if (d2<0) {
      d2 = -d2;
    }
    if (d3<0) {
      d3 = -d3;
    }
    if (d4<0) {
      d4 = -d4;
    }

    //float niveauGris=255-(d1+d2+d3+d4)/3;
    float niveauGris=(d1+d2+d3+d4)/2;
    stroke(niveauGris, niveauGris, niveauGris);
    point(i, j+H);
  }
}
```

La détection de contour correspond à une « **dérivation** » de l'image, en 2D.

deriv



Lecture



# 5. Filtrage d'une image

## Rappel :

Le développement en série de Fourier d'un signal périodique (période T) s'écrit en notation complexe :

$$s(t) = \underline{C}_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \underline{C}_n e^{-j2\pi \times nf \times t}$$

$$n > 0 \Rightarrow \underline{C}_n(nf) = \frac{2}{T} \int_0^T s(t) e^{-j2\pi \times nf \times t} dt$$

$$n = 0 \Rightarrow \underline{C}_0 = \frac{1}{T} \int_0^T s(t) dt$$

Ou plus simplement, sous forme réelle :

$$s(t) = C_0 + \sum_{n=1}^{\infty} C_n \cos(2\pi \times nf \times t + \phi_n)$$

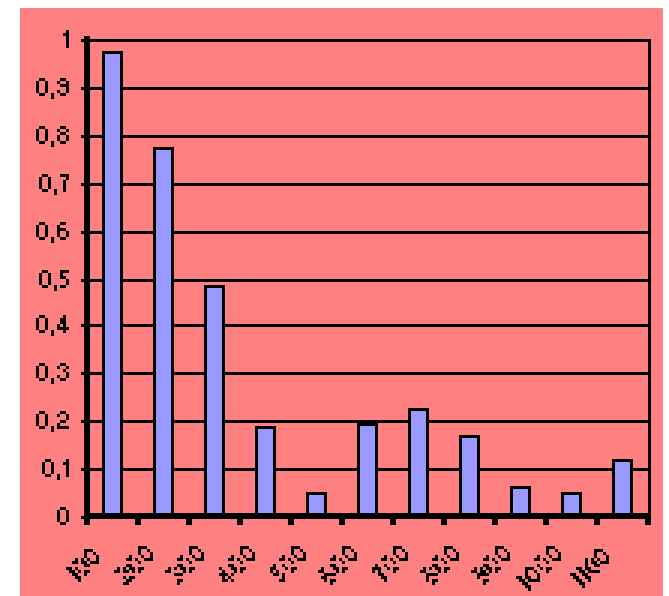
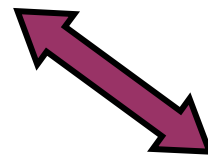
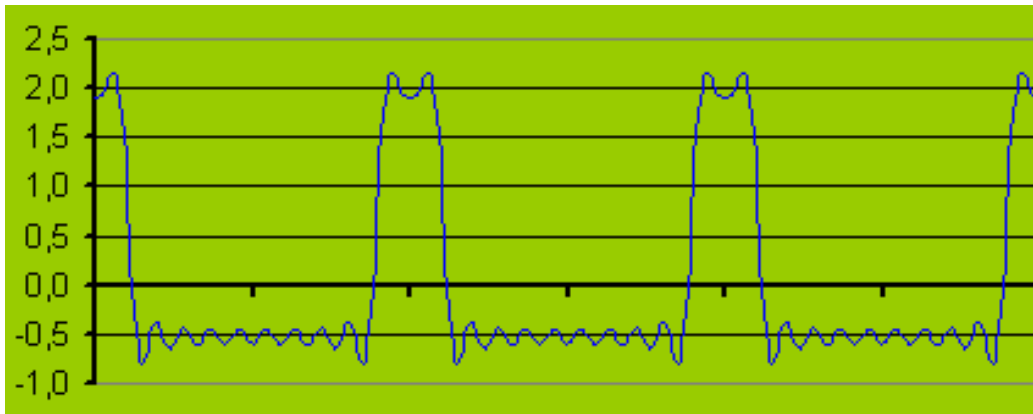
$$C_n = |\underline{C}_n|$$

$$\phi_n = \arg(\underline{C}_n)$$

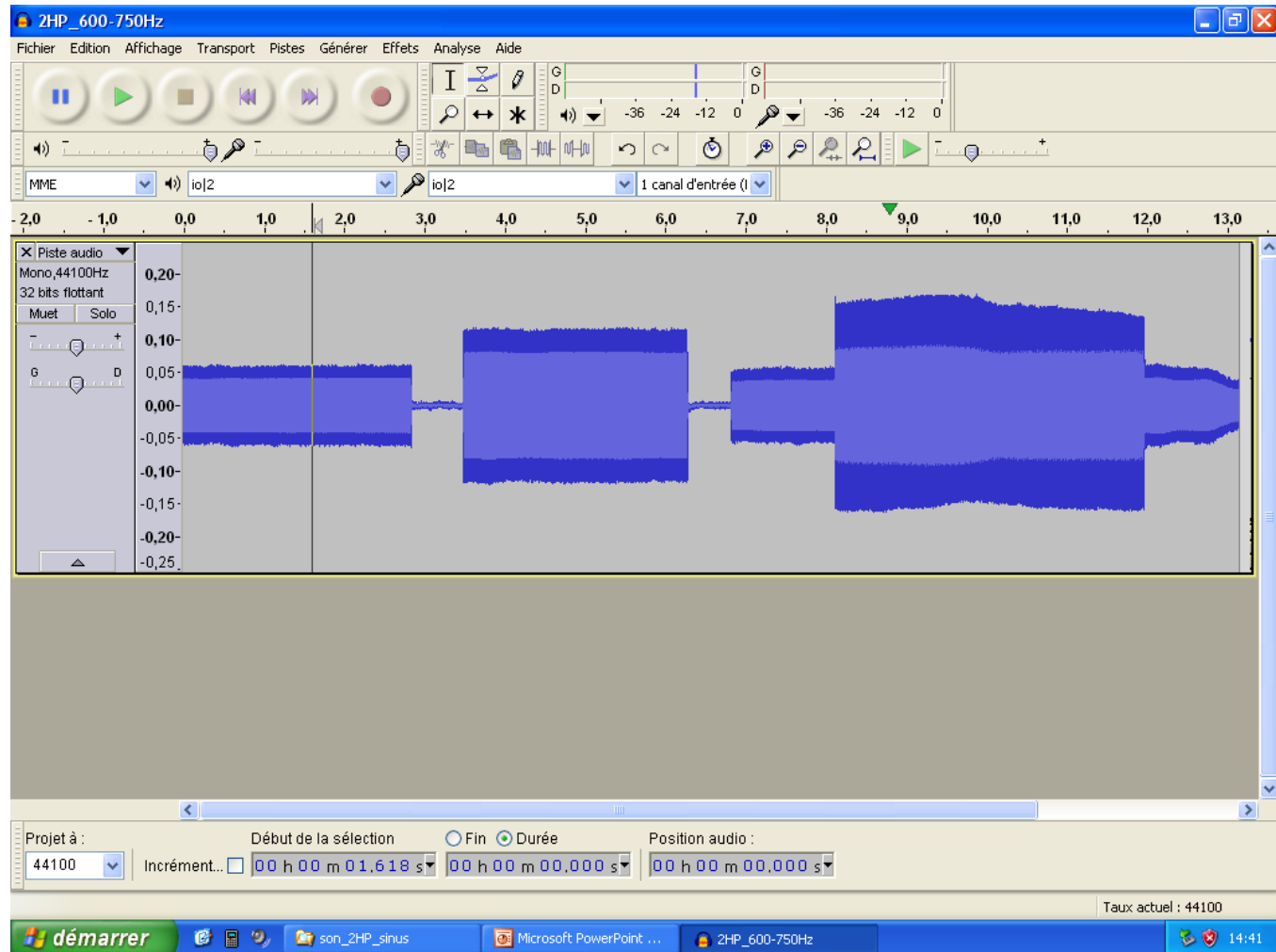
$$s(t) = C_0 + \sum_{n=1}^{\infty} C_n \cos(2\pi \times n f \times t + \phi_n)$$

## Spectre de fréquence :

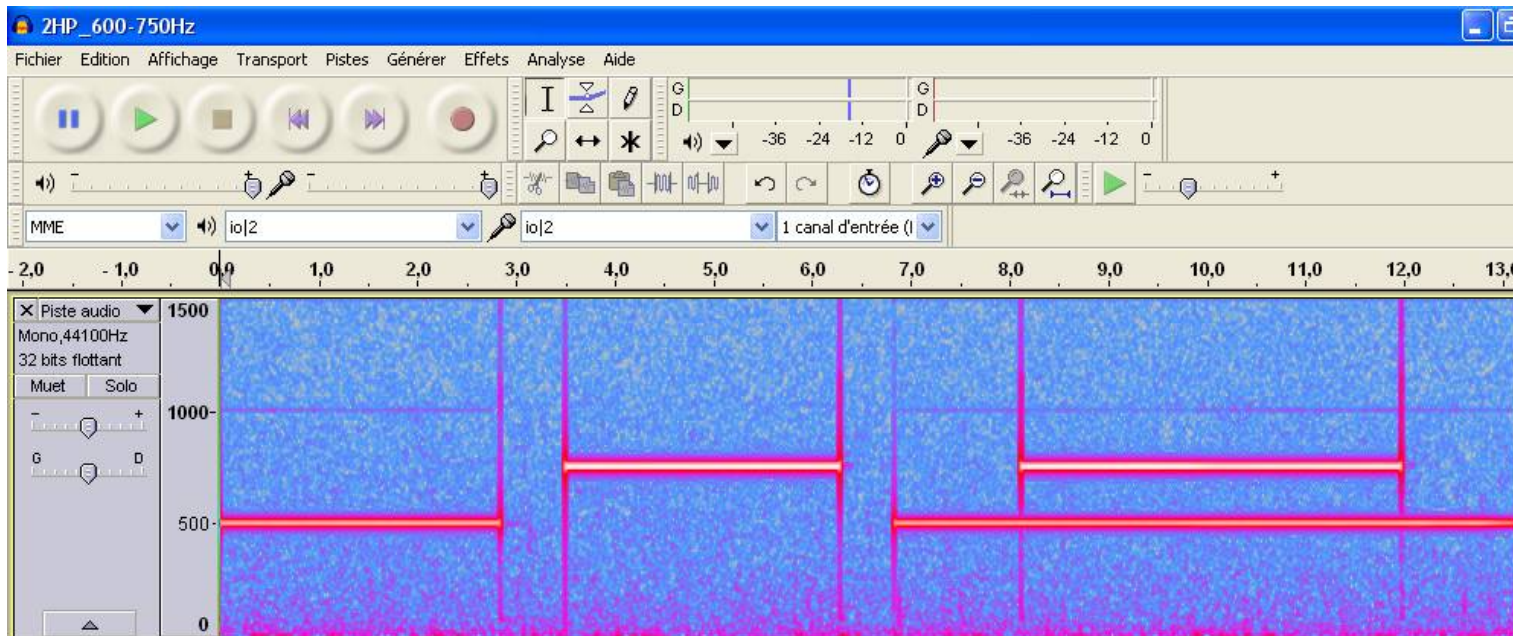
L'ensemble des amplitudes  $C_n$  forme le spectre de fréquences du signal  $s(t)$



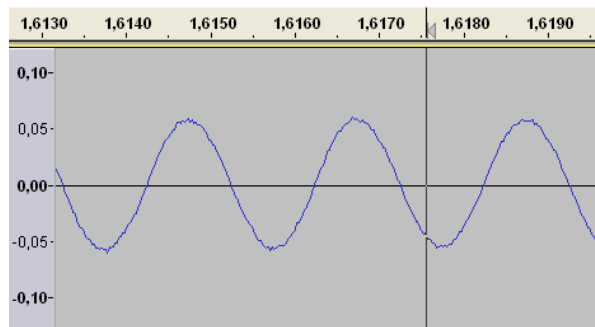
Écoutons les sons provenant de deux haut-parleurs émettant des signaux « purs » sinusoïdaux :



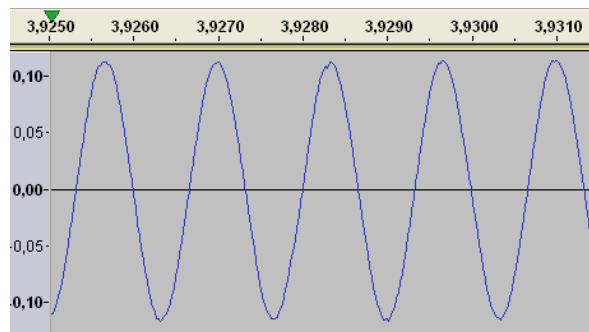
# Spectres



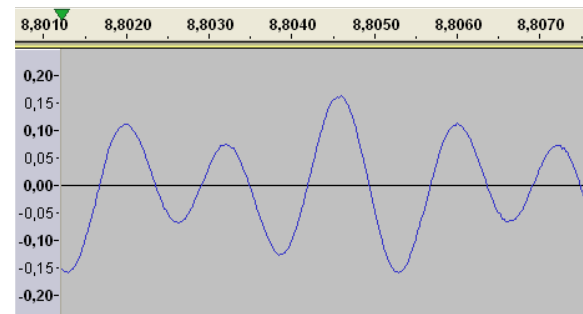
## Signaux $s_1(t)$ , $s_2(t)$ et $s_3(t)$



Signal 1  
 $f_1 = 600\text{Hz}$

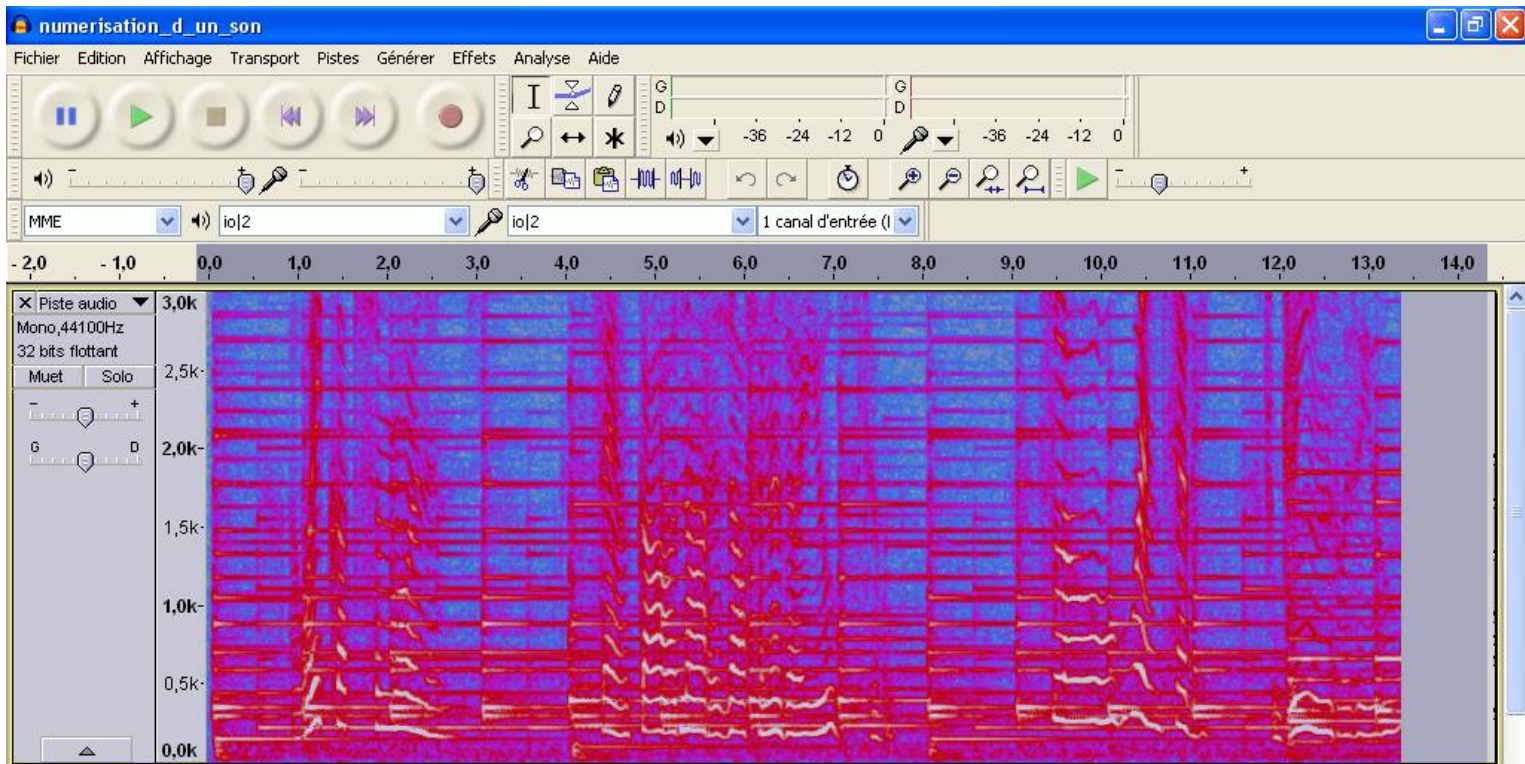
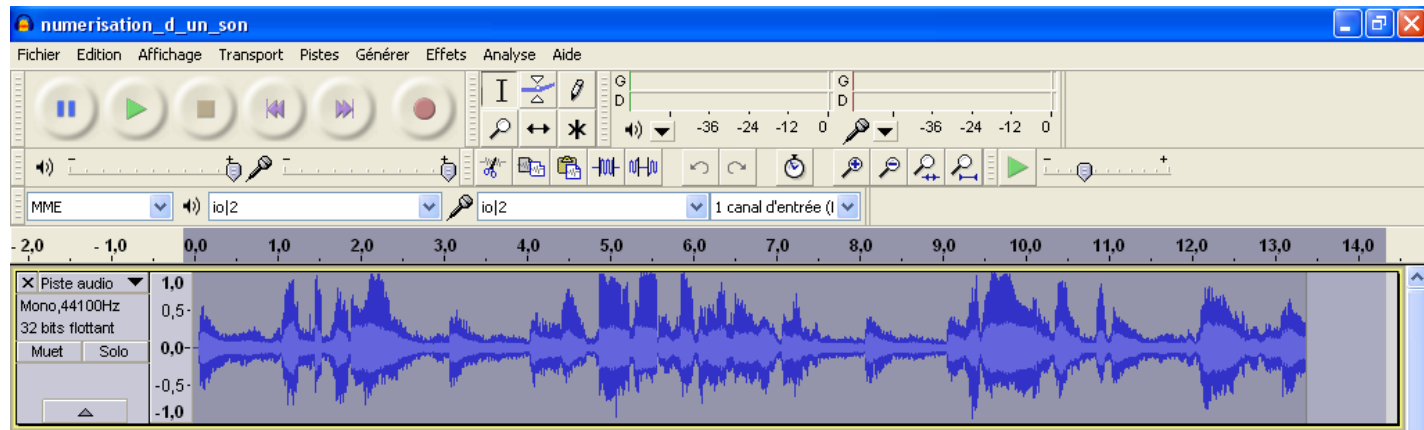


Signal 2  
 $f_2 = 750\text{Hz}$



$S_3 = \text{signal 1} + \text{signal 2}$   
 $f_1 = 600\text{Hz} \ \& \ f_2 = 750\text{Hz}$

Un son **musical complexe** possède un grand nombre de fréquences : les **harmoniques**.



## La transformation de Fourier discrète

La transformation de Fourier Discrète s'introduit quand il s'agit de calculer la transformée de Fourier d'une fonction à l'aide d'un calculateur numérique. En effet un tel opérateur ne peut **traiter que des nombres et de plus en quantité limitée** par la taille de sa mémoire. Il s'en suit que la transformée de Fourier :

$$S(f) = \int_{-\infty}^{\infty} s(t) e^{-j2\pi ft} dt$$

doit être adaptée, d'une part en remplaçant le signal  $s(t)$  par des **nombres  $s(nT)$  qui représentent un échantillonnage** de ce signal et d'autre part en limitant l'ensemble des nombres sur lesquels portent les calculs à une valeur finie  $N$ . Le calcul fournit alors des nombres  $S^*(f)$  définis

$$S^*(f) = \sum_{n=0}^{N-1} s(nT) e^{-j2\pi fnT}$$

Comme le calculateur est limité dans sa puissance de calcul, il ne peut fournir ces résultats que pour un nombre limité de valeurs de la fréquence  $f$ , qu'il est naturel de choisir multiples d'un certain pas de fréquence  $\Delta f$ . Alors :

$$S^*(k\Delta f) = \sum_{n=0}^{N-1} s(nT) e^{-j2\pi nk\Delta fT}$$

# Transformation Cosinus Discrète : TCD-1D

$$F(u) = \sum_{x=0}^{N-1} \alpha(u) \times f(x) \times \cos\left[\frac{\pi \cdot u}{2N} (2x+1)\right] \quad \longleftarrow \quad \text{Spectre de } f(x)$$

$$0 < u < N-1$$

$$u = 0 \Rightarrow \alpha(u) = \sqrt{\frac{1}{N}}$$

$$u \neq 0 \Rightarrow \alpha(u) = \sqrt{\frac{2}{N}}$$

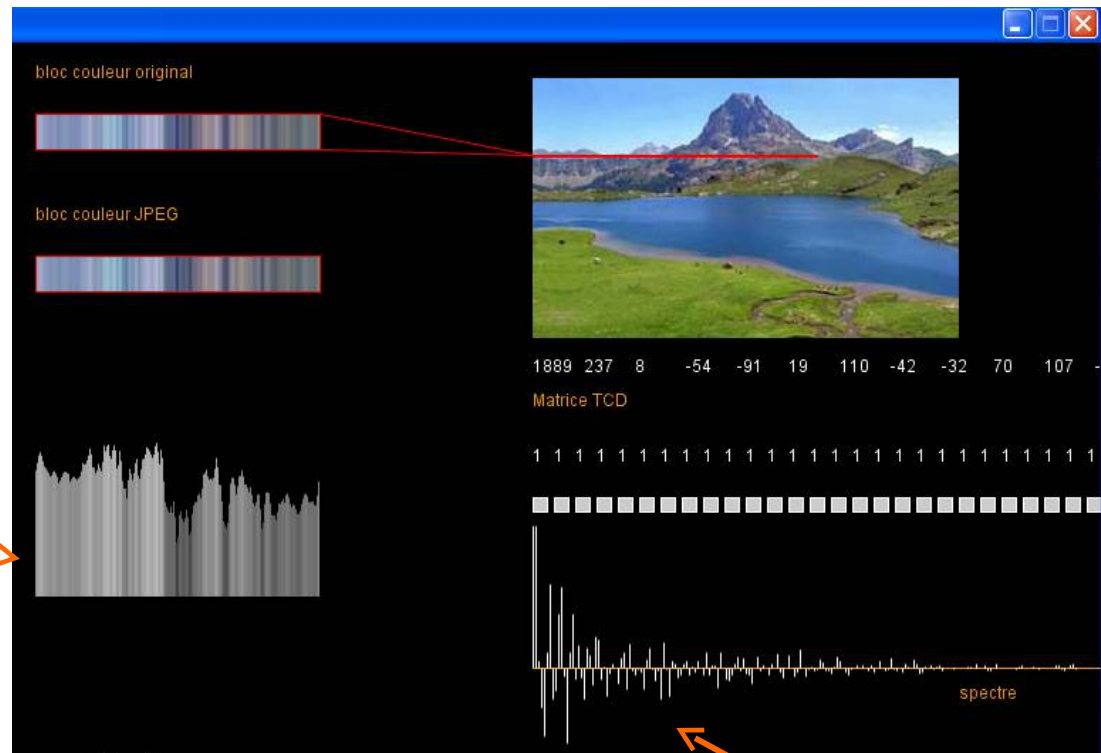
# Transformation Cosinus Discrète inverse :

$$f(x) = \sum_{u=0}^{N-1} \alpha(u) \times F(u) \times \cos\left[\frac{\pi \cdot u}{2N} (2x+1)\right]$$

$$0 < x < N-1$$

# A la recherche de fréquences dans les images

Lecture



$f(x)$

$x$ , représente le n° du pixel  
le long d'une ligne

Spectre de  $f$  :  
 $F(u)$

Ces 2 représentations sont équivalentes et  
on peut stocker dans la mémoire de  
l'ordinateur soit  $f(x)$  soit  $F(u)$ .



## Idée...

$f(x)$  est un signal échantillonné de  $N$  valeurs.

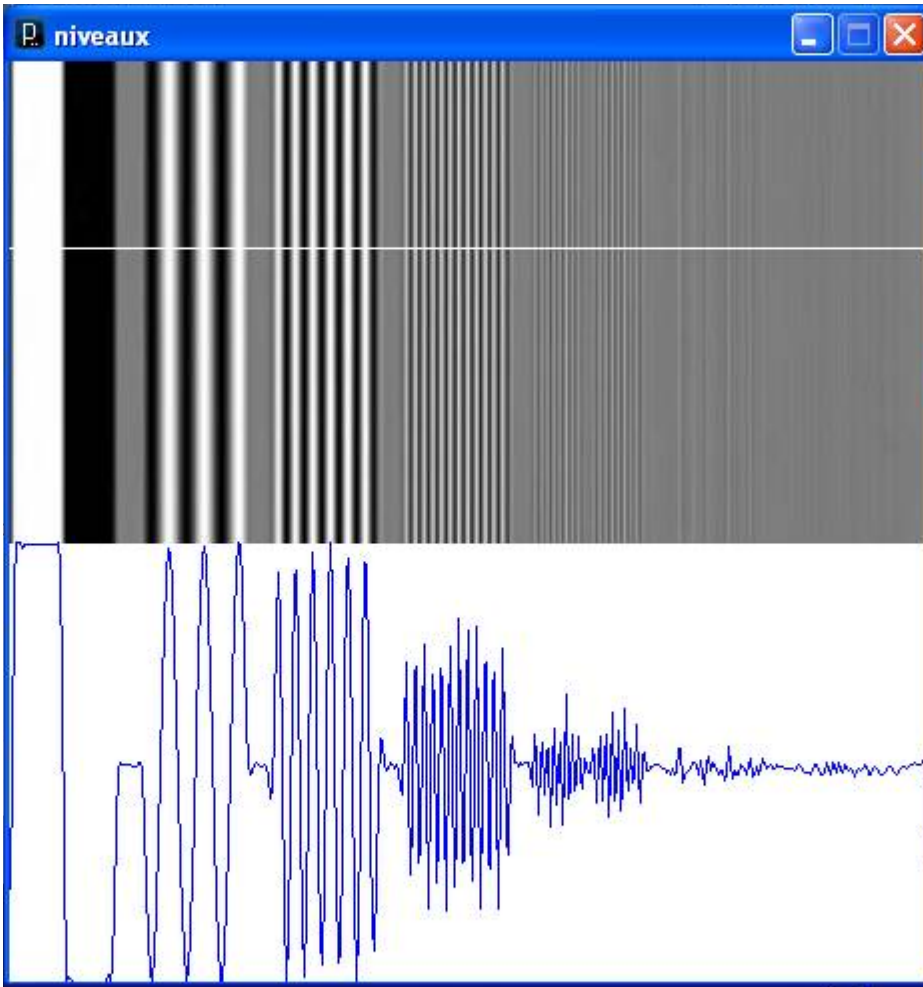
$F(u)$  est le spectre de  $f(x)$  et contient également  $N$  fréquences, correspondant à l'amplitude d'un cosinus.

$$f(x) = \sum_{u=0}^{N-1} \alpha(u) \times F(u) \times \cos\left[\frac{\pi \cdot u}{2N} (2x + 1)\right]$$

$$0 < x < N - 1$$

Pour gagner de la place dans la mémoire de l'ordinateur on peut envisager de ne pas stocker certaines fréquences présentes dans le spectre  $F(u)$  de  $f(x)$ . On perdra bien entendu de l'information mais on gagnera de la place en mémoire. C'est le principe de la compression jpeg...





Sur cette mire on observe des bandes verticales plus ou moins serrées.

On retrouve bien ces bandes dans  $f(x)$ ...

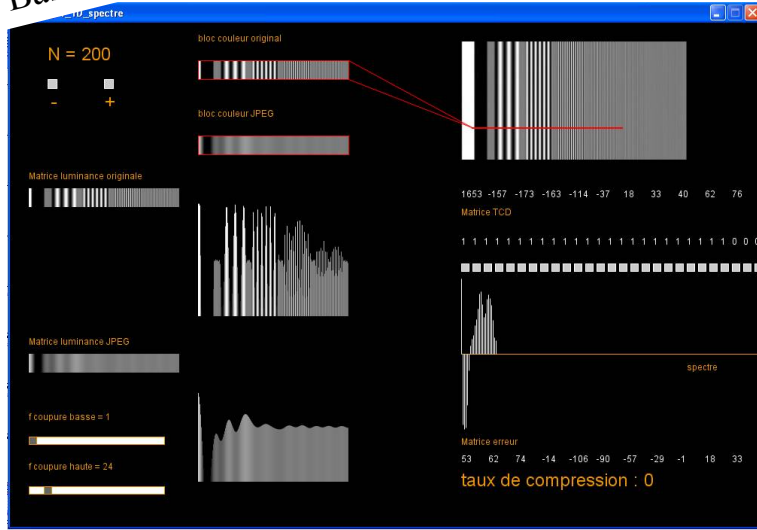
Lecture

Basses fréquences

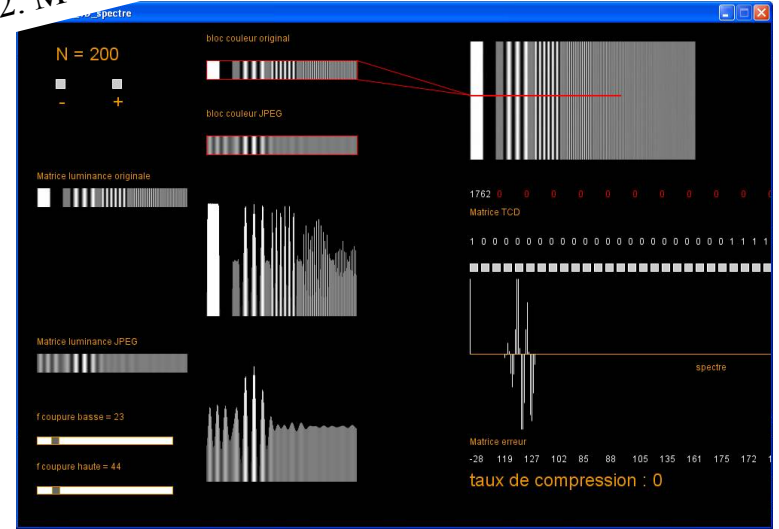
Hautes fréquences

Avec une bande passante de 20, on peut sélectionner certaines fréquences dans la mire et changer son aspect...

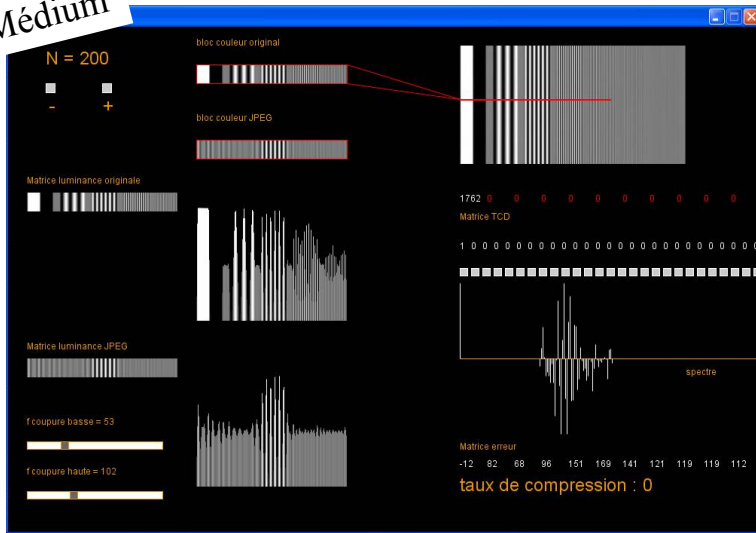
### 1. Basses fréquences



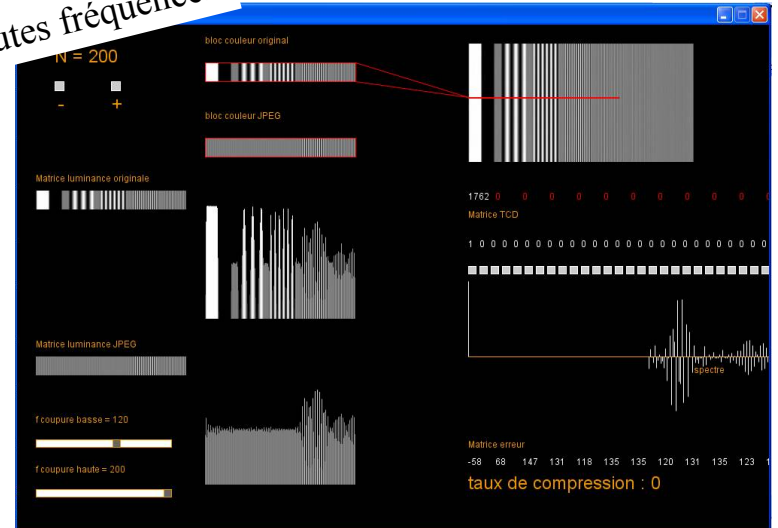
### 2. Médium



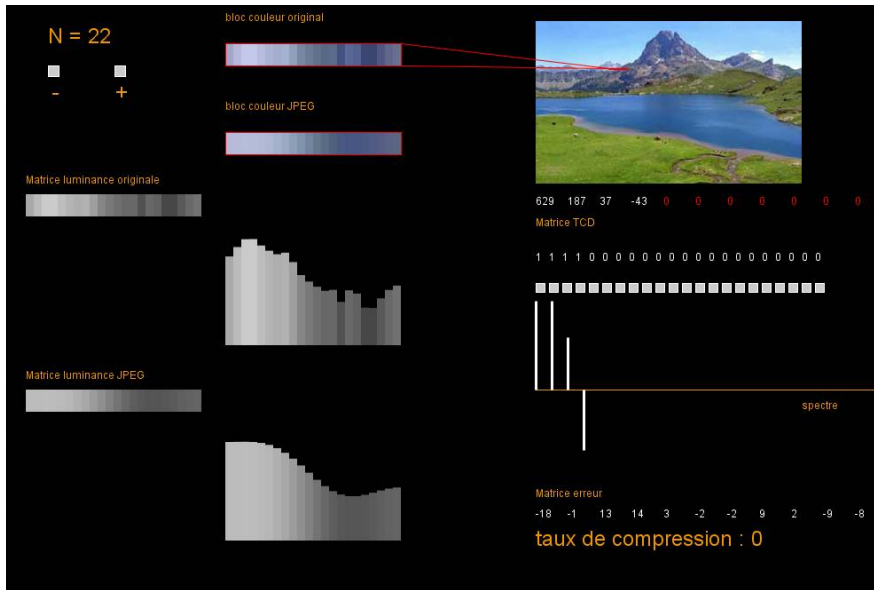
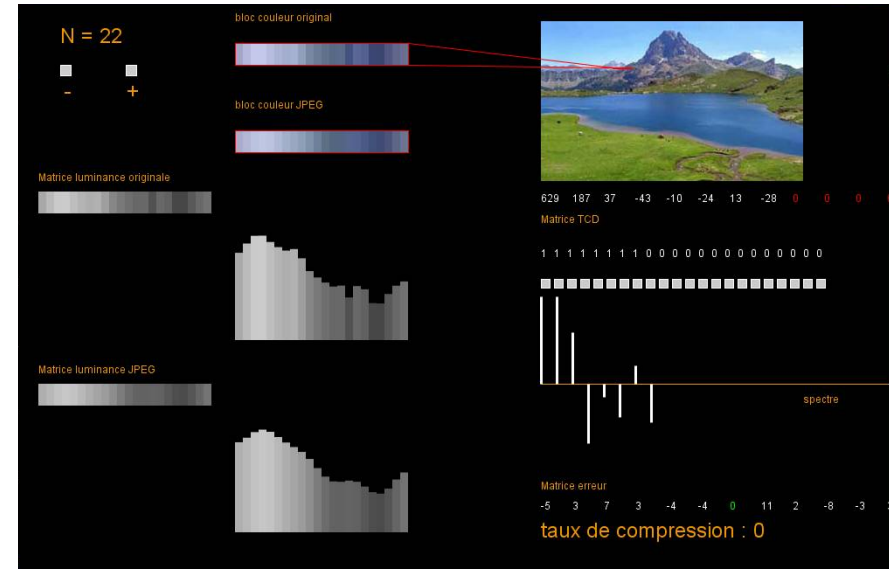
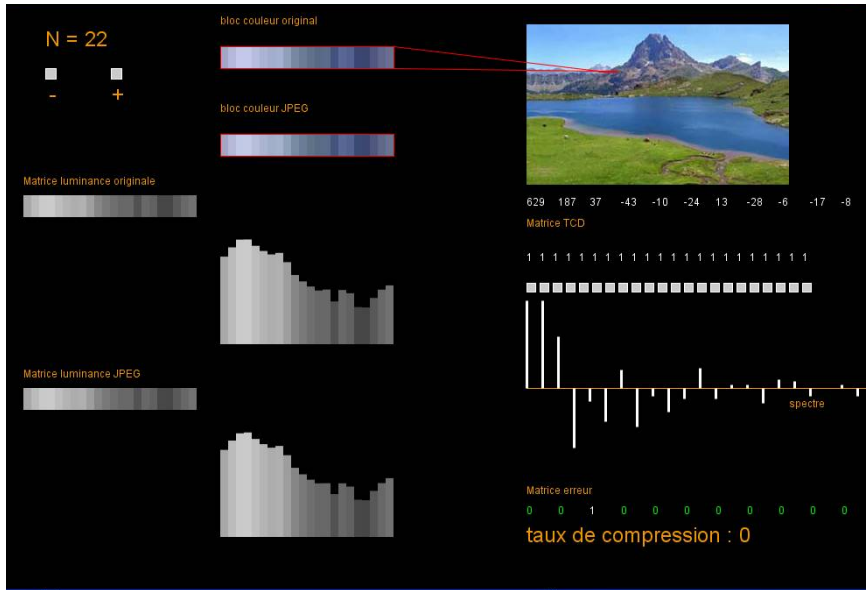
### 3. Médium



### 4. Hautes fréquences



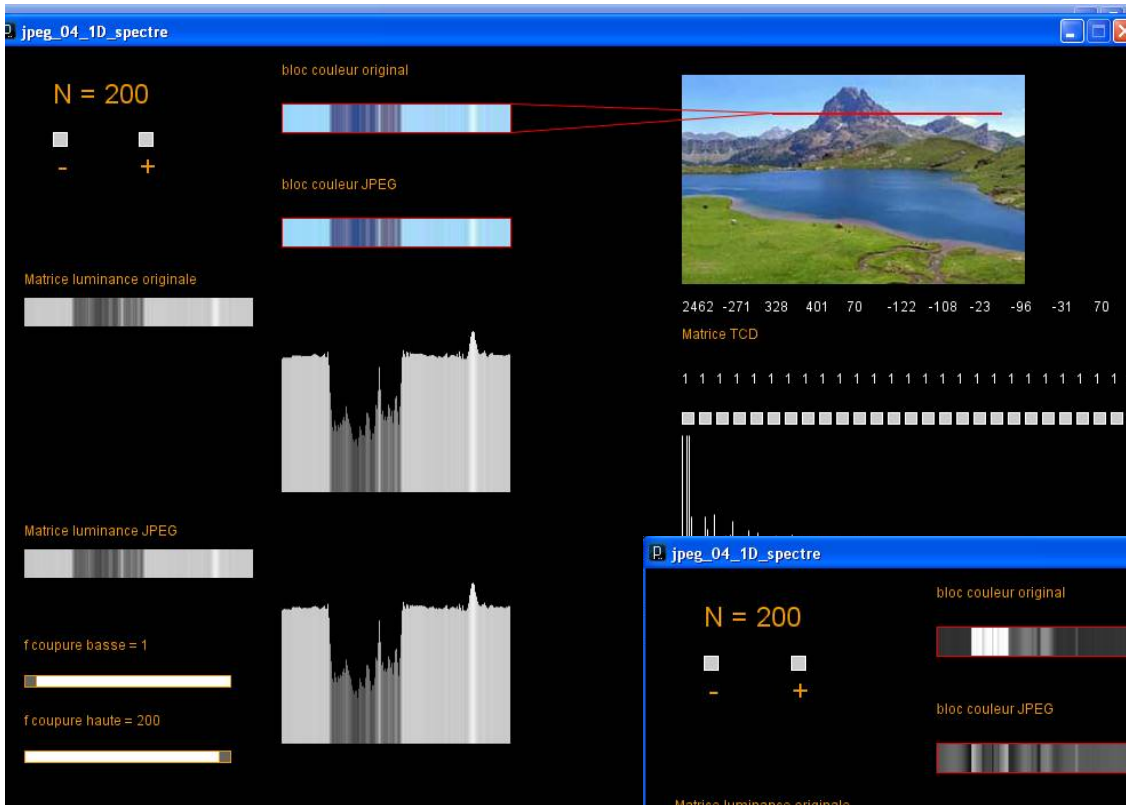
# Filtrage de fréquences dans les images



En supprimant des fréquences, on gagne de la place pour le stockage mais on perd en qualité : **compression avec pertes**. On conserve les motifs grossiers mais **on perd les détails**.



**La suppression des basses fréquences...**



**Permet la détection des contours.**







# Transformation Cosinus Discrète inverse :

$$f(x) = \sum_{u=0}^{N-1} \alpha(u) \times F(u) \times \cos\left[\frac{\pi \cdot u}{2N} (2x + 1)\right]$$

$$0 < x < N - 1$$

Amplitude des harmoniques

## Dérivation de la TCD inverse :

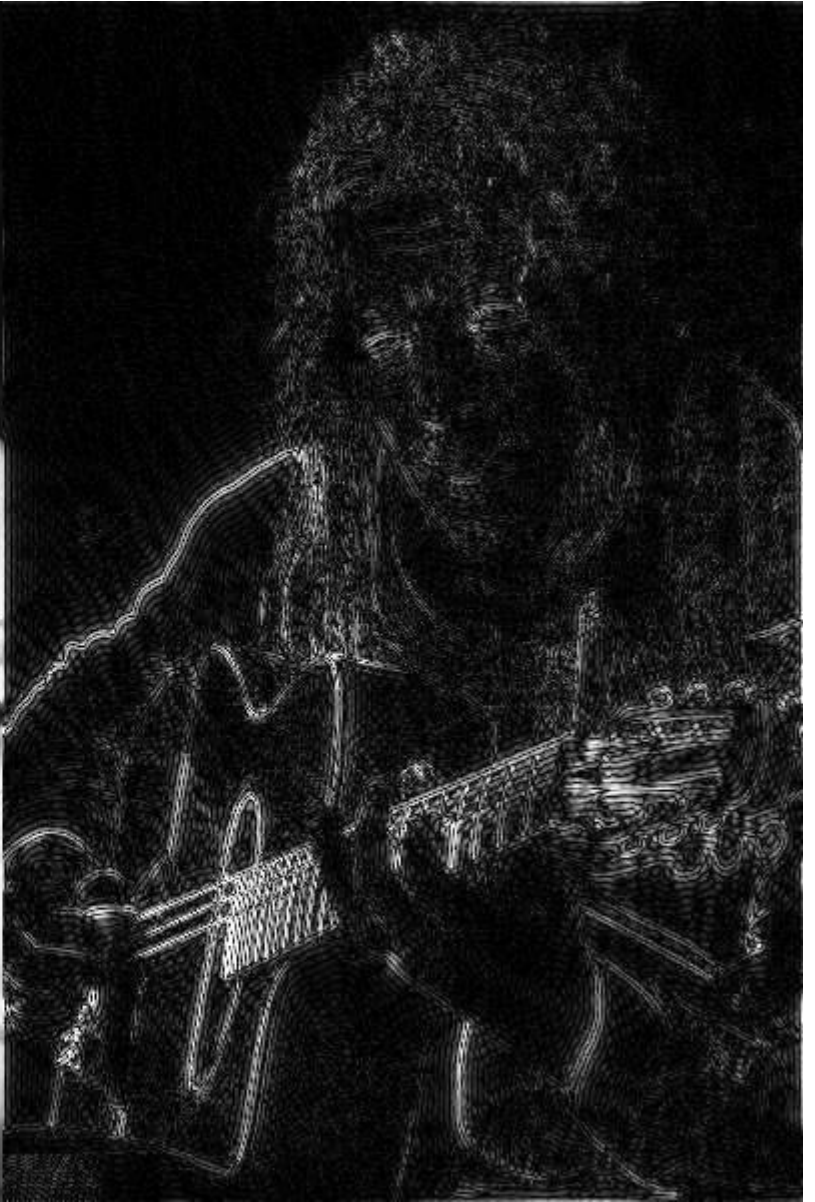
$$f'(x) = \sum_{u=1}^{N-1} \alpha(u) \times F(u) \times \sin\left[\frac{\pi \cdot u}{2N} (2x + 1)\right] \times \left(-\frac{\pi \cdot u}{N}\right)$$

$$0 < x < N - 1$$

Les amplitudes des harmoniques sont multipliées par un **coefficient** qui atténue les basses fréquences. L'opération de dérivation correspond donc à un **filtrage des basses fréquences**.

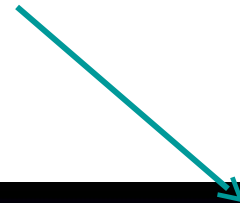








## Filtrage passe-bas d'une image par compression Jpeg



```
taux de compression (gauche/droite) : 20  
image n° (haut/bas) : 1  
taille des blocs N (p/m) : 256  
Appuyez sur A pour voir les modifications
```

The background of the entire image is a light beige or cream color, featuring a repeating pattern of small, brown, fish-like illustrations. These fish are oriented horizontally and are scattered across the page. The text is centered and written in a bold, red, serif font.

FIN DE LA

DEUXIEME PARTIE...