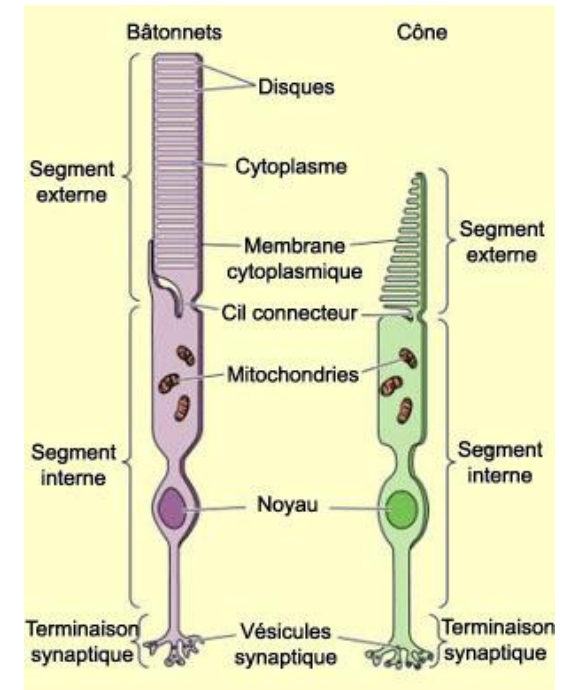
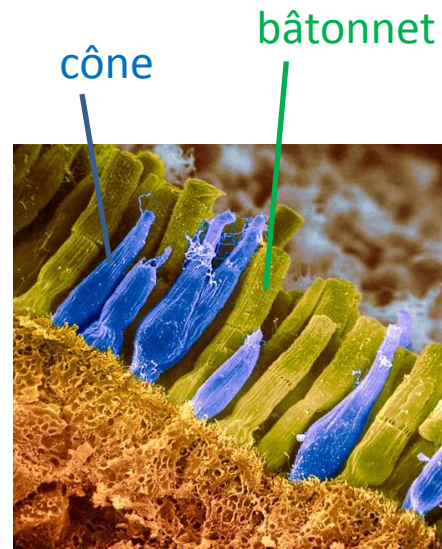
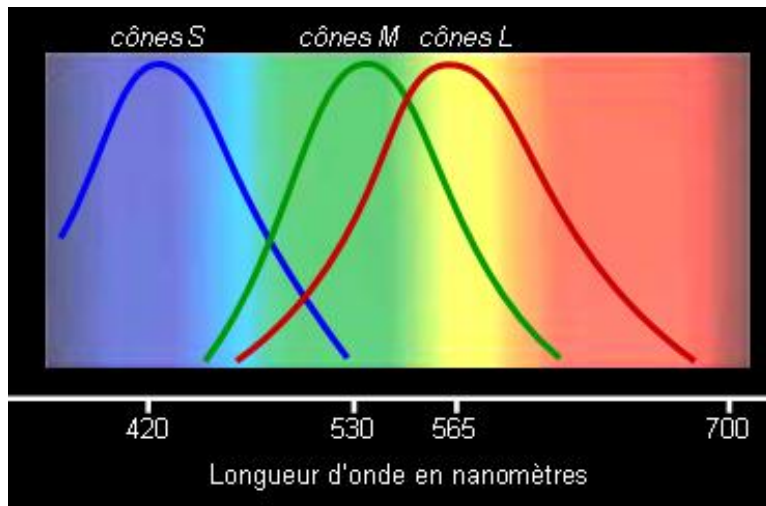


# Systeme RVB

## Modèle trichromatique de la vision humaine

Un œil humain contient des photorécepteurs :

≈ 6 millions de cônes sensibles à certaines radiations de longueurs d'ondes comprises entre 400 et 700 nm et qui permettent la vision des couleurs en journée,



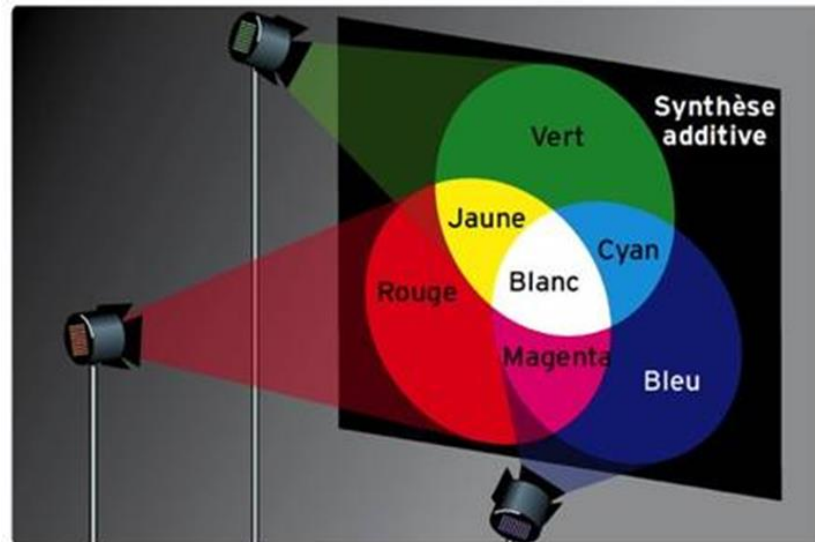
≈ 100 millions de bâtonnets sensibles à la lumière qui permettent de voir les niveaux de gris en vision nocturne (saturés en journée).

# Systeme RVB

## Synthèse additive des couleurs

En utilisant seulement trois des couleurs de l'arc-en-ciel, il est possible de reconstituer la sensation de lumière blanche : en additionnant la couleur des trois faisceaux rouge, vert, bleu, on obtient une sensation de blanc.

Leur mélange en différentes proportions (en faisant varier les intensités des trois couleurs primaires) donneront toutes les autres sensations de couleurs.



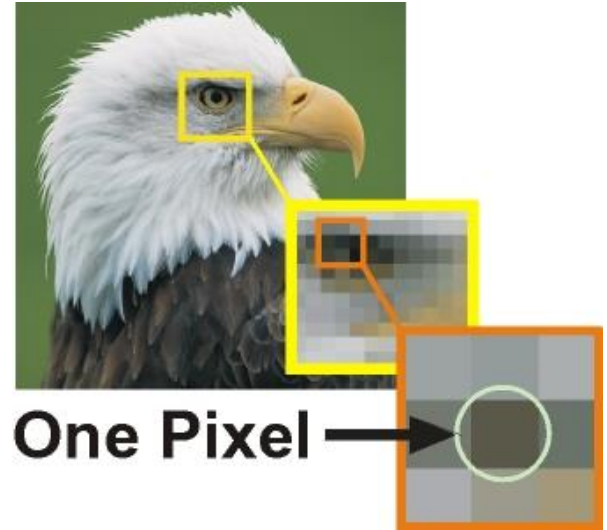
# Systeme RVB

## Définition d'un pixel

(Px = **p**icture **e**lement)

Pixel : unité de base pour décrire une image numérique sous forme de matrice.

(Cela permet de définir la taille de l'image  $m \times n$  px.)



Sur un moniteur, un pixel est composé de 3 composants électroluminescents qui donnent des tons R, V et B par excitation électrique.

ex : écran VGA (640×480 px) 14" 1 px = 0,45×0,45 mm<sup>2</sup>  
écran SXGA (1280×1024 px) 14" 1px = 0,225×0,211 mm<sup>2</sup>

Toutes les données de l'image sont portées par trois matrices  $\tilde{R}$ ,  $\tilde{V}$  et  $\tilde{B}$  de taille  $m \times n$  donnant les intensités R, V et B de tous les pixels.

# Systeme RVB

## Pixels et couleurs

Base 2 : un octet = 8 bits qui codent les nombres de 0 (00000000) à 255 (11111111).

En niveaux de gris : 1 pixel = 256 nuances de gris

En couleur : 1 pixel =  $256^3 \approx 16 \times 10^6$  couleurs

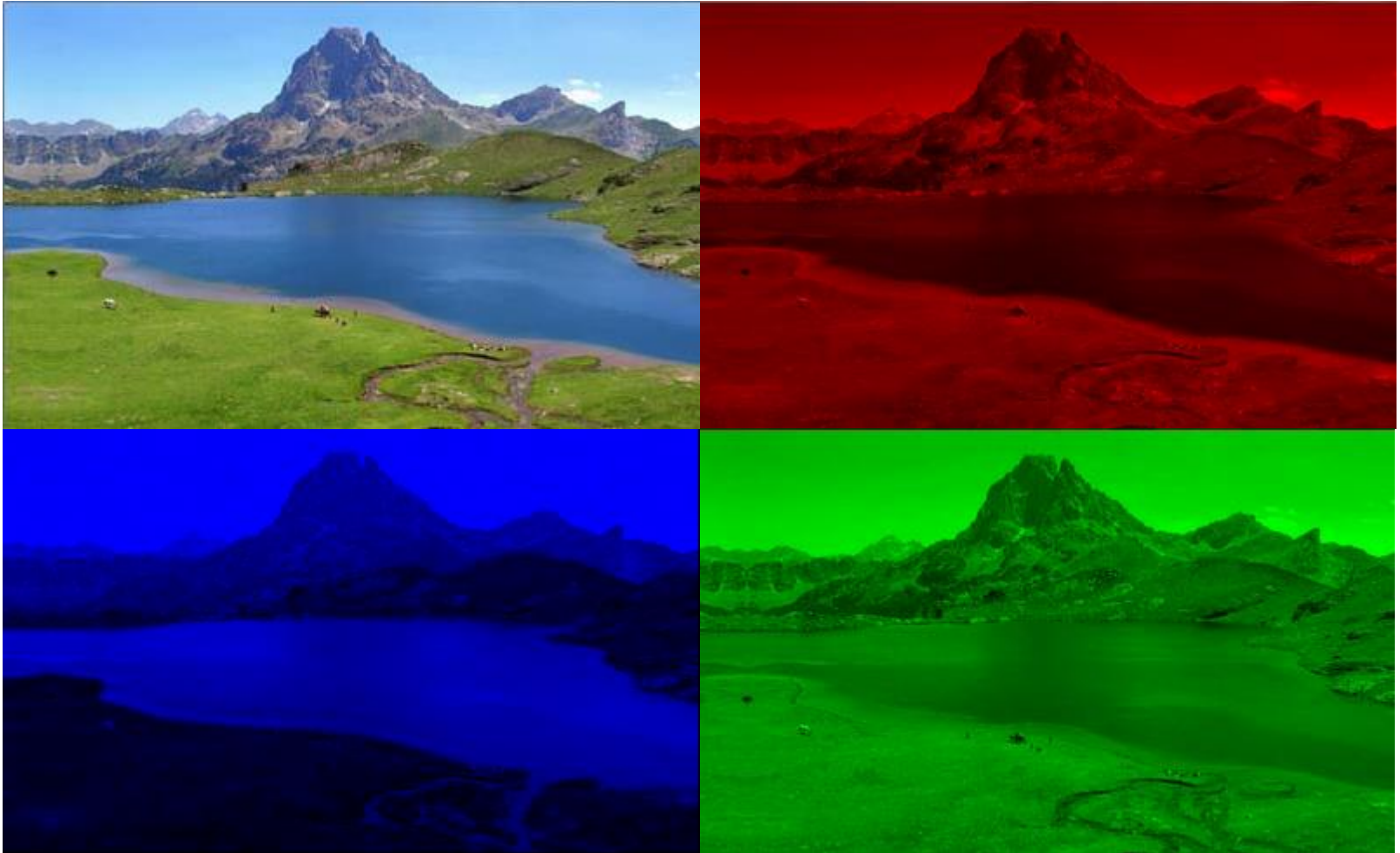
En réalité l'œil ne distingue qu'au maximum 500 000 couleurs et un écran standard ne permet d'apprécier que 200 000 couleurs (d'après CIE : Commission internationale de l'Eclairage).

Avec 30 fois plus d'informations colorimétriques que nécessaire, 2 codes qui ne diffèrent que de 1 ou 2 sur les 256 nuances possibles de R, V ou B donnent deux couleurs indistinctes, d'où la possibilité de compresser l'information quitte à modifier un peu le résultat.



# Systeme RVB

Exemple de décomposition en couleurs primaires



# Systeme YCbCr (YUV)

## Luminance (Luma)

Luma (ou signal de luminance) : partie du signal vidéo qui transporte l'information de luminosité (intensité des niveaux de gris).

La sensibilité de l'œil dépend de la couleur de la lumière, elle est maximale dans le vert.



Norme ITU-R BT 601 définie par l'UIT\* :

$$Y = 0,299R + 0,587V + 0,114B$$



*Luminance apparente  
du rouge, du vert et du bleu*

(après différentes corrections apportées aux valeurs  $R$ ,  $V$  et  $B$ ).

Si  $R$ ,  $V$  et  $B$  sont des nombres entiers compris entre 0 et 255, on notera  $L = E(Y)$  la luminance entière comprise entre 0 et 255 également.

On obtient une matrice  $\tilde{L}$  de taille  $m \times n$  donnant les luminances de tous les pixels.

# Systeme YCbCr (YUV)

## Chrominances

La chrominance Cb (resp. Cr) est une fonction affine de l'ecart entre le niveau de bleu B (resp. rouge R) et la luminance Y.

Selon la mme norme ITU-R BT 601 :

$$C_b = \frac{B - Y}{1,772} + 128 \quad \text{et} \quad C_r = \frac{R - Y}{1,402} + 128$$

On obtient :

$$C_b = -0,16874R - 0,33126V + 0,5B + 128$$

$$C_r = 0,5R - 0,41869V - 0,08131B + 128$$

Il n'est pas ncessaire d'tudier l'ecart entre le niveau de vert V et la luminance Y. Dans la suite, on notera  $M = E(C_b)$  et  $N = E(C_r)$  afin d'obtenir des entiers. On peut les visualiser en niveaux de gris.

On a donc deux matrices de chrominances  $\tilde{M}$  et  $\tilde{N}$  de taille  $m \times n$  donnant les chrominances de tous les pixels.

# Systeme YCbCr (YUV)

## Exemple de décomposition





# Systeme YCbCr (YUV)

## Passage d'un systeme à l'autre

Les 3 relations précédentes donnent :

$$\begin{pmatrix} L \\ M \\ N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,299 & 0,587 & 0,114 \\ -0,16874 & -0,33126 & 0,5 \\ 0,5 & -0,41869 & -0,08131 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} R \\ V \\ B \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 128 \\ 128 \end{pmatrix}$$

Donc  $\begin{pmatrix} L \\ M \\ N \end{pmatrix} = T \begin{pmatrix} R \\ V \\ B \end{pmatrix} + S$  où  $\begin{cases} T \text{ est une matrice } 3 \times 3 \\ S \text{ est un vecteur colonne } 3 \times 1 \end{cases}$

Sachant que la matrice T est inversible, sauriez-vous exprimer

$$\begin{pmatrix} R \\ V \\ B \end{pmatrix} \text{ en fonction de } \begin{pmatrix} L \\ M \\ N \end{pmatrix} ?$$

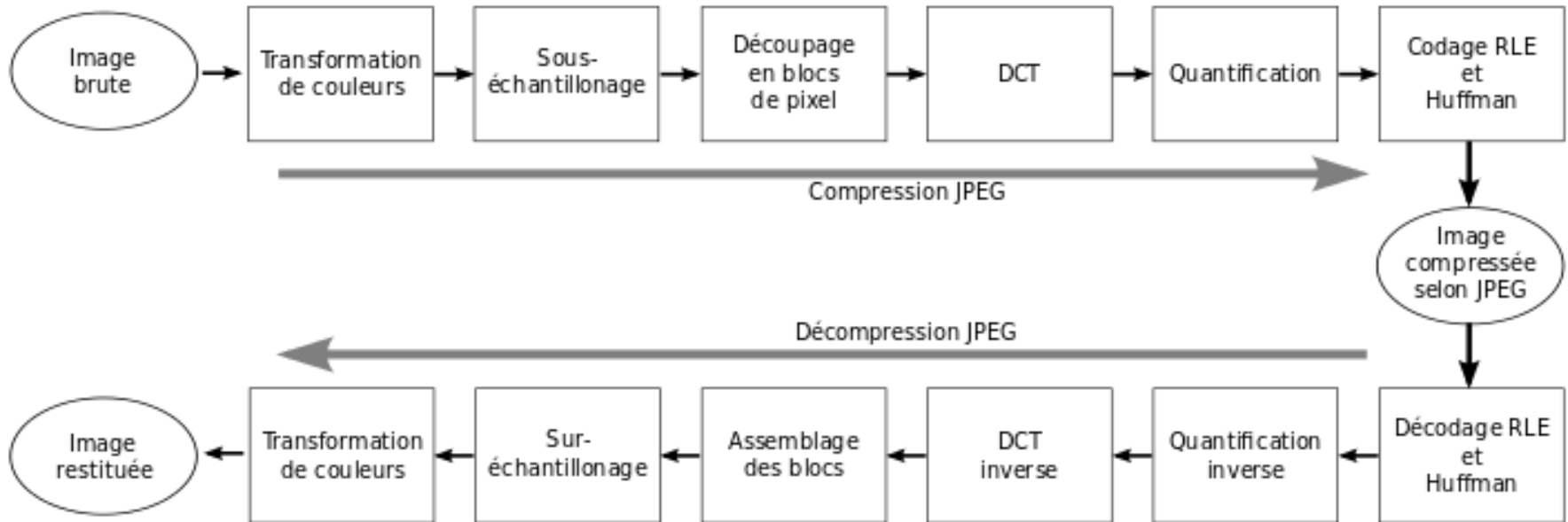
La transformation est donc totalement réversible (à 1 ou 2 unités près à cause des troncatures).

# Compression JPEG

Pour une image de taille  $m \times n$ , chaque système nécessite 3 matrices de même taille, soit  $3 \times m \times n$  nombres entre 0 et 255 (octets).  
Comment réduire la taille du fichier contenant l'image ?

## Étape 1 : Transformation des couleurs

Passage du système RVB au système YCbCr (LMN).



# Compression JPEG

## Étape 2 : sous-échantillonnage (downsample)

L'œil étant peu sensible aux chrominances, on peut réduire par blocs les informations :

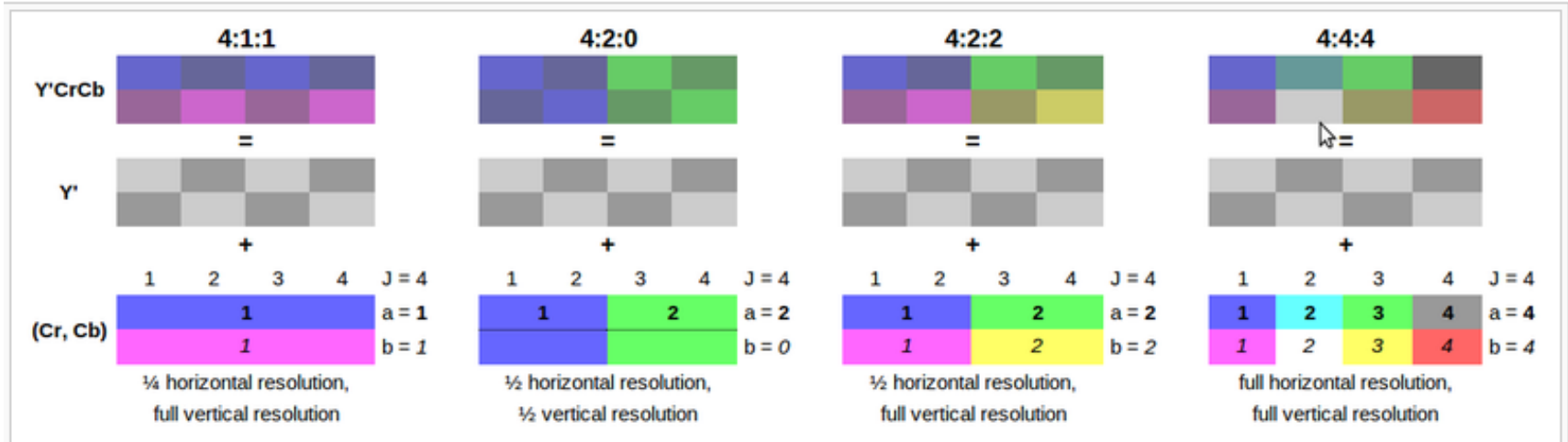


Illustration des différents types de sous-échantillonnage

J = largeur du bloc ; a = nombre de chrominances dans la 1<sup>ère</sup> ligne

b = nombre de chrominances supplémentaires dans la 2<sup>ème</sup> ligne

L'exemple souvent utilisé est le 4:2:2 qui divise par deux le nombre d'informations des matrices  $\tilde{M}$  et  $\tilde{N}$  (au total :  $m \times n$  octets au lieu de  $2 \times m \times n$ ).

# Compression JPEG

## Étape 3 : Transformation en Cosinus Discrète (TCD)

On découpe la matrice  $\tilde{L}$  en blocs carrés de taille  $N \times N$ .

Puis, à chaque sous-matrice  $\bar{L}$  de taille  $N \times N$ , on associe la matrice TCD( $\bar{L}$ ) de taille  $N \times N$  définie par :

$$\text{TCD}(\bar{L}) = A^{-1} \times \bar{L} \times A$$

où  $A = (a_{ij})$  est une matrice  $N \times N$  telle que :

$$a_{ij} = \alpha(j) \cos \left( \frac{\pi(j-1)}{2N} \times (2i-1) \right)$$

pour  $1 \leq i \leq N$  et  $1 \leq j \leq N$  avec  $\alpha(j) = \begin{cases} \sqrt{1/N} & \text{si } j = 1 \\ \sqrt{2/N} & \text{sinon} \end{cases}$

On peut montrer que  $A^{-1} = A^t$  (transposée de  $A$ ).

# Compression JPEG

## Exemple

En général on utilise des blocs 8×8 ( $N = 8$  dans les formules).

$$\bar{L} = \begin{pmatrix} 120 & 122 & 127 & 110 & 126 & 131 & 142 & 143 \\ 125 & 131 & 119 & 126 & 111 & 118 & 135 & 145 \\ 131 & 135 & 112 & 148 & 149 & 157 & 135 & 159 \\ 157 & 126 & 132 & 147 & 127 & 126 & 110 & 138 \\ 139 & 130 & 139 & 125 & 124 & 118 & 122 & 143 \\ 127 & 147 & 120 & 136 & 137 & 121 & 115 & 142 \\ 116 & 139 & 105 & 141 & 140 & 123 & 117 & 127 \\ 128 & 136 & 118 & 132 & 132 & 127 & 127 & 117 \end{pmatrix} \quad A = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} & \cos \frac{\pi}{16} & \cos \frac{2\pi}{16} & \dots & \cos \frac{k\pi}{16} & \dots & \cos \frac{7\pi}{16} \\ \frac{\sqrt{2}}{2} & \cos \frac{3\pi}{16} & \cos \frac{6\pi}{16} & \dots & \cos \frac{3k\pi}{16} & \dots & \cos \frac{21\pi}{16} \\ \frac{\sqrt{2}}{2} & \cos \frac{5\pi}{16} & \cos \frac{10\pi}{16} & \dots & \cos \frac{5k\pi}{16} & \dots & \cos \frac{35\pi}{16} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{\sqrt{2}}{2} & \cos \frac{15\pi}{16} & \cos \frac{30\pi}{16} & \dots & \cos \frac{15k\pi}{16} & \dots & \cos \frac{105\pi}{16} \end{pmatrix}$$

$$\text{Et TCD}(\bar{L}) = \begin{pmatrix} 1041 & -7 & 13 & -6 & 26 & -17 & -9 & -19 \\ 10 & -25 & 21 & -4 & -7 & 10 & 15 & 6 \\ -21 & -18 & -3 & 8 & -22 & -1 & -18 & 6 \\ -16 & 1 & 10 & -15 & -9 & -9 & -1 & 15 \\ -6 & 15 & 7 & 0 & -7 & 15 & 19 & 19 \\ 6 & -2 & -15 & 11 & 12 & -5 & 1 & -7 \\ 21 & -13 & -7 & 10 & -1 & -11 & 1 & -2 \\ 8 & -20 & -5 & 6 & -5 & -6 & -1 & 3 \end{pmatrix}$$

Il y a toujours autant de nombres ...  
 mais on remarque qu'ils sont de plus  
 en plus petits à mesure qu'on s'éloigne  
 du coin en haut à gauche vers le coin  
 en bas à droite.

On va les rendre encore plus petits à l'étape suivante ...

# Compression JPEG

## Étape 4 : Quantification de la matrice de luminance

Chaque coefficient de la matrice  $TCD(\bar{L})$  est divisé par un nombre qui dépend de sa position.

Par exemple, on divise le nombre  $tcd_{ij}$  par  $1 + k(i + j - 1)$  où  $k$  est un facteur entier positif que l'on choisit et on arrondit à l'entier le plus proche.

Plus  $i$  et/ou  $j$  sont grands, plus le diviseur est grand donc à mesure qu'on s'approche du coin en bas à droite il ne reste que des 0.

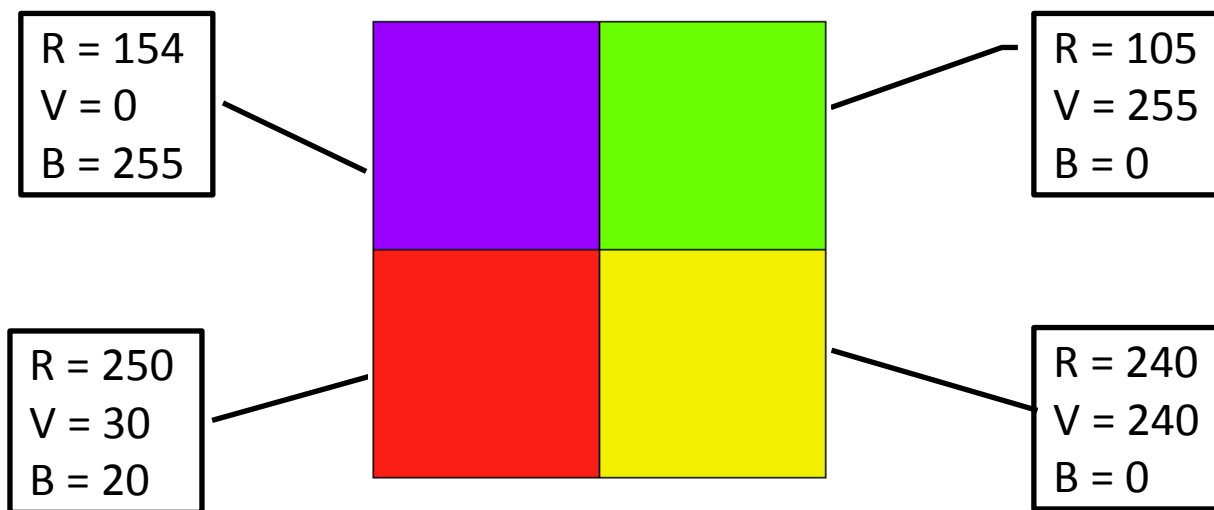
$$\text{Ex pour } k = 4 : Q(\bar{L}) = \begin{pmatrix} 208 & -1 & 1 & 0 & 1 & -1 & 0 & -1 \\ 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -2 & -1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$



# Exemple simple

## Image composée de 4 pixels

À vous de jouer ! Voici une image composée de 4 pixels, saurez-vous la compresser avec un facteur  $k = 4$  ou  $k = 25$  ?



Il ne reste plus qu'à suivre les 5 étapes de compression ...

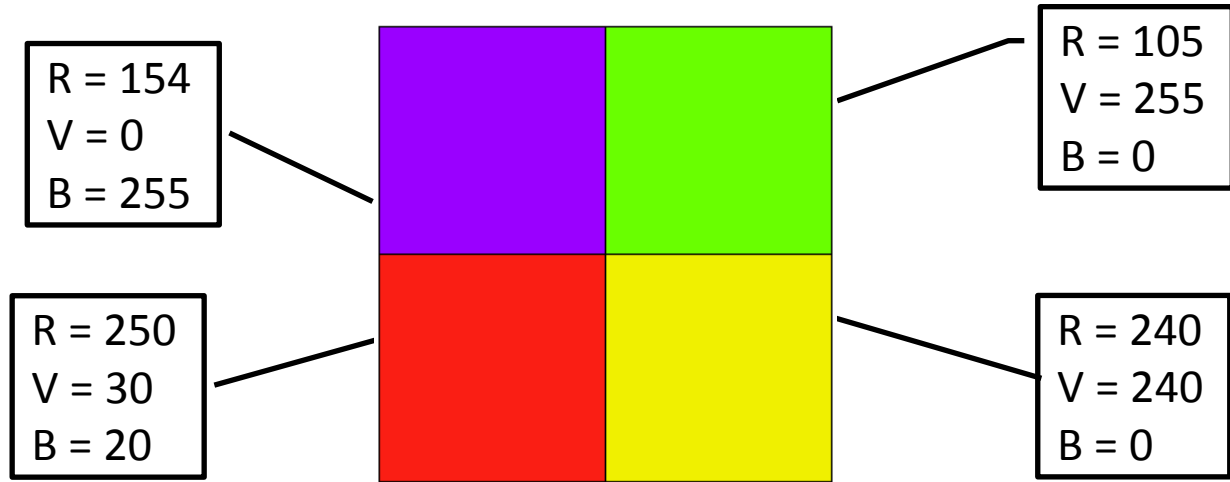
... puis à décompresser le résultat pour obtenir l'image JPEG !



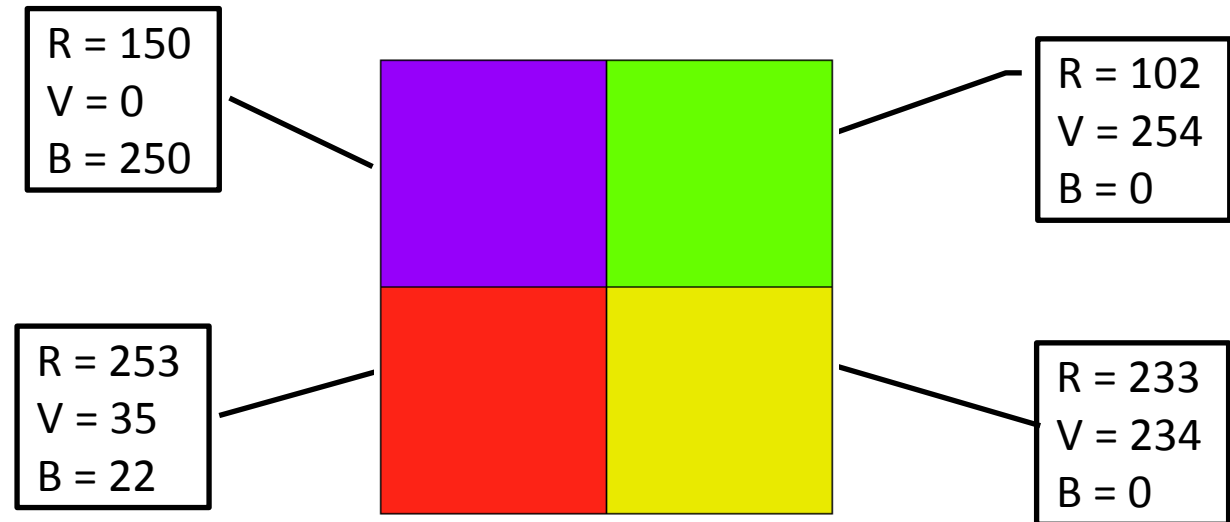
# Exemple simple

Résultat après décompression avec facteur  $k = 4$

Original :



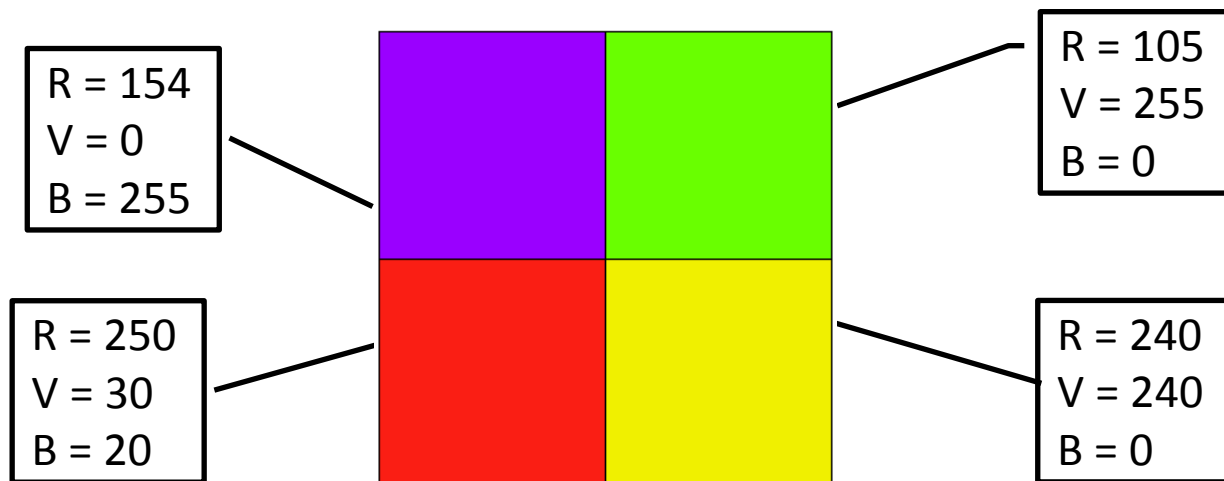
JPEG :



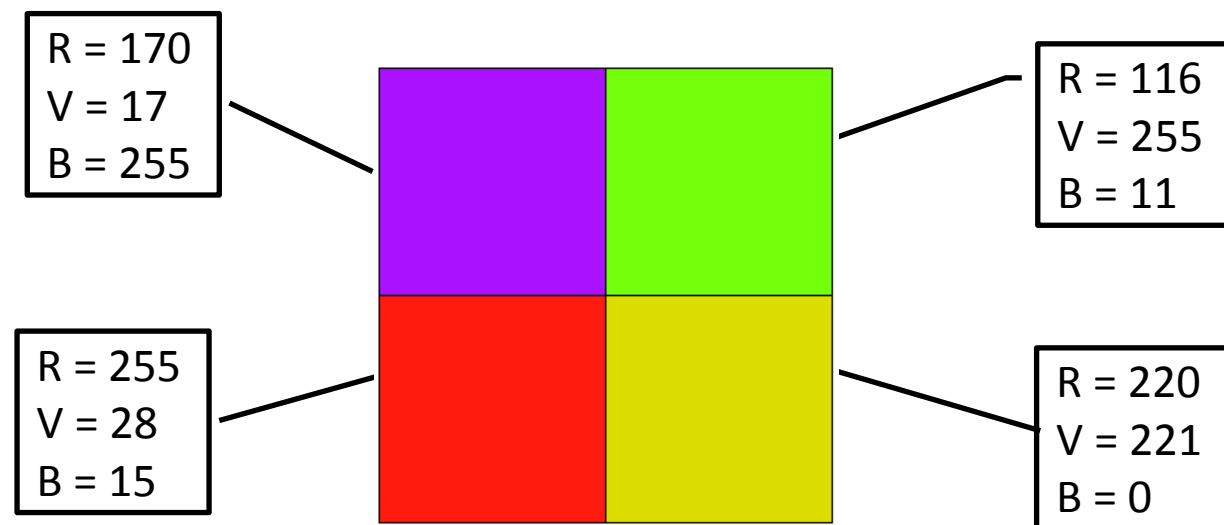
# Exemple simple

Résultat après décompression avec facteur  $k = 25$

Original :



JPEG :



# Exemple simple

## Interprétation de $TCD(\tilde{L})$ dans le cas $2 \times 2$

Si  $\tilde{L} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$  alors :

2 fois la moyenne  
des valeurs

Écart moyen des  
colonnes

$$TCD(\tilde{L}) = \begin{pmatrix} \frac{a+b+c+d}{2} & \frac{a+c}{2} - \frac{b+d}{2} \\ \frac{a+b}{2} - \frac{c+d}{2} & \frac{a+d}{2} - \frac{b+c}{2} \end{pmatrix}$$

Écart moyen des  
lignes

Écart moyen des  
diagonales

Dans notre exemple :

$$\tilde{L} = \begin{pmatrix} 75 & 181 \\ 94 & 212 \end{pmatrix}, TCD(\tilde{L}) = \begin{pmatrix} 281 & -112 \\ -25 & 6 \end{pmatrix} \text{ et } Q_4(\tilde{L}) = \begin{pmatrix} 56 & -12 \\ -3 & 0 \end{pmatrix}$$

Exemple plus homogène :

$$\tilde{L} = \begin{pmatrix} 132 & 130 \\ 128 & 124 \end{pmatrix}, TCD(\tilde{L}) = \begin{pmatrix} 257 & 3 \\ 5 & -1 \end{pmatrix} \text{ alors } Q_4(\tilde{L}) = \begin{pmatrix} 51 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

# Autres exemples



taux de compression : 0



matrice luminance originale

88	94	114	97	106	109	83	78
161	158	167	173	174	170	175	177
133	136	133	134	131	136	147	161
45	59	41	38	23	36	35	88
36	45	43	39	33	30	18	84
47	47	49	35	44	44	39	84
143	140	142	137	140	137	135	132
170	171	177	173	174	164	167	156

846	-12	18	-28	11	-20	15	-4
7	-12	-9	1	-5	2	2	-2
298	22	-51	32	-20	21	-5	18
-223	3	-7	-1	3	-13	16	2
-143	16	-4	-9	-1	-9	6	-6
-70	10	3	6	-11	0	0	-3
-60	-4	3	0	-3	-3	3	3
55	4	-11	2	0	2	0	1

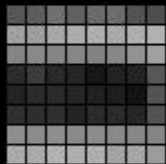
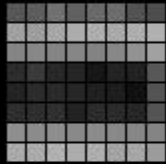
matrice luminance JPEG

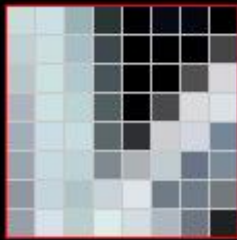
88	94	113	97	107	109	84	78
161	159	168	173	174	170	175	177
133	137	133	135	131	136	147	161
45	60	42	38	24	36	36	87
37	45	43	39	33	31	19	84
48	48	49	36	44	45	40	83
143	140	142	138	140	138	136	133
171	171	178	174	175	165	167	156

matrice TCD

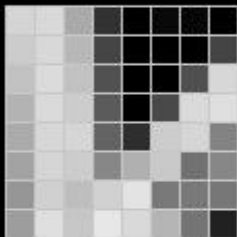
matrice erreur

0	0	1	0	-1	0	-1	0
0	-1	-1	0	0	0	0	0
0	-1	0	-1	0	0	0	0
0	-1	-1	0	-1	0	-1	1
-1	0	0	0	0	-1	-1	0
-1	-1	0	-1	0	-1	-1	1
0	0	0	-1	0	-1	-1	-1
-1	0	-1	-1	-1	-1	0	0





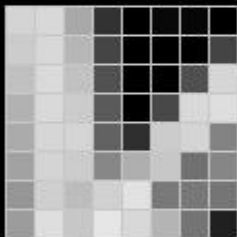
Matrice luminance originale



213	217	170	50	0	9	7	0
204	216	184	69	0	0	0	68
194	219	194	81	0	0	80	215
179	218	205	91	0	73	218	223
171	215	214	99	46	205	214	131
163	213	205	135	176	201	113	135
150	208	190	209	227	121	121	119
157	223	199	231	217	181	117	33

1116	300	135	-118	-120	-28	8	-5
-246	139	238	-99	-10	17	37	5
-94	162	-158	58	74	-36	-27	3
-10	13	-51	86	-42	-19	31	2
14	-14	10	42	-90	67	-14	-11
11	-31	33	-49	46	0	-38	26
6	1	1	7	5	-27	23	-6
-1	-2	3	-2	-3	9	-3	-2

Matrice luminance JPEG



212	216	169	50	0	8	7	0
204	216	183	69	-1	0	0	68
193	218	194	81	0	0	80	214
178	217	204	90	-1	72	217	222
171	214	213	98	47	204	213	131
162	212	204	135	175	199	113	134
150	207	189	209	226	121	120	118
156	222	199	230	216	180	117	32

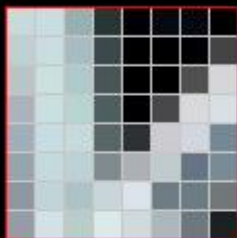
Matrice TCD

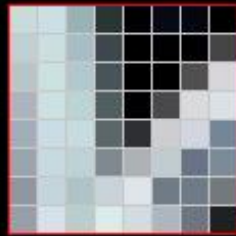
taux de compression : 0

Matrice erreur

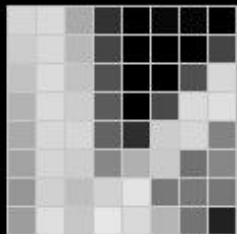
1	1	1	0	0	1	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0
0	1	0	0	0	0	1	1
0	1	0	1	0	1	0	0
0	0	1	0	1	1	0	1
0	0	0	0	1	0	0	1
0	0	0	0	1	1	0	0

Matrice couleur JPEG





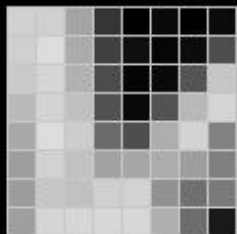
Matrice luminance originale



213	217	170	50	0	9	7	0
204	216	184	69	0	0	0	68
194	219	194	81	0	0	80	215
179	218	205	91	0	73	218	223
171	215	214	99	46	205	214	131
163	213	205	135	176	201	113	135
150	208	190	209	227	121	121	119
157	223	199	231	217	181	117	33

223	33	10	-6	-5	-1	0	0
-27	10	14	-4	0	0	1	0
-7	9	-7	2	2	-1	0	0
0	0	-2	2	-1	0	0	0
0	0	0	1	-2	1	0	0
0	-1	1	-1	1	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0

Matrice luminance JPEG



209	208	165	53	0	10	0	11
208	221	172	64	15	6	12	77
202	214	178	76	6	10	85	198
186	211	192	82	10	83	185	213
169	221	205	107	78	174	212	130
158	210	194	162	167	172	158	128
157	199	193	208	211	146	112	122
159	213	215	216	215	175	109	25

Matrice TCD

taux de compression : 4

Matrice erreur

4	9	5	-3	0	0	6	-11
-4	-5	11	4	-15	-5	-12	-8
-8	4	15	4	-6	-10	-5	16
-7	7	12	8	-10	-10	33	10
2	-6	8	-7	-32	30	1	0
4	2	10	-27	8	28	-44	7
-7	9	-2	1	16	-25	8	-2
-2	9	-15	14	2	5	7	7

Matrice couleur JPEG





# ZOOM

taux de compression : 4  
image n° : 3  
Appuyez sur A pour voir les modifi